

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.



**CONTRATACIÓN DE EJECUTIVOS EN UN OLIGOPOLIO MIXTO:
UN JUEGO DE ASIGNACIÓN CON EXTERNALIDADES**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN ECONOMÍA

PRESENTA

SERGIO MONTERO FORTES

DIRECTOR DE LA TESIS: DR. KANIŞKA DAM

MÉXICO, D.F.; MAYO DE 2011

Agradecimientos

A mis padres, gracias por su apoyo incondicional. Sin su ejemplo cotidiano de entrega, excelencia y perseverancia, no habría podido llevar a cabo este proyecto.

A mis lectores, los doctores Sonia Di Giannatale, Alejandro Castañeda y Ángel Salinas, gracias por sus comentarios y sugerencias. Éstos enriquecieron significativamente el contenido y la presentación de este trabajo. Lamentablemente, no fue posible incorporar todas las modificaciones propuestas. Así que los errores restantes son responsabilidad sólo del autor.

A mi director de tesis, el doctor Kaniška Dam, gracias por su paciencia y por guiarme de principio a fin en la elaboración de esta investigación. Sin su atenta dirección, este proyecto no habría sido posible.

Por último, a mis profesores y compañeros con quienes tuve el gusto de compartir los salones de clases, gracias por hacer estos últimos cinco años tan memorables.

Contenido

Agradecimientos	i
1 Introducción	1
2 Literatura relacionada	6
3 Mercados separados de bienes finales	10
3.1 Empresas, gerentes y contratos	10
3.2 Contratos factibles	15
3.3 Matchings, asignaciones y equilibrios	17
3.4 Contratos óptimos	19
3.5 Las asignaciones de equilibrio	27
4 Mercado integrado de bienes finales	34
4.1 Estabilidad en presencia de externalidades	41
4.2 Asignaciones de equilibrio	46
5 Conclusiones	49
Apéndice	51
Bibliografía	86

1 Introducción

Considere una empresa que, al momento de tomar sus decisiones de producción, se preocupa por el impacto que tienen estas decisiones en términos de bienestar social. ¿Cómo afecta esta característica de la empresa a su desempeño en el mercado laboral al que acude para contratar a su director general? ¿Qué ocurre si sus rivales en el mercado laboral son también sus rivales en el mercado de bienes finales al que sirve? El objetivo central de esta investigación es responder estas dos preguntas.

Ejemplos de empresas que se preocupan por el bienestar social que generan pueden encontrarse en diversos contextos. En realidad, estas empresas representan sólo casos particulares de una categoría más general de empresas conocidas como empresas basadas en misiones (Besley y Ghatak, 2005). Las escuelas y universidades, los hospitales, las fuerzas armadas, los cuerpos policiales y de bomberos, así como las organizaciones sin fines de lucro o no gubernamentales, pueden analizarse como entidades productivas cuyo principal objetivo no es la maximización de sus beneficios privados. Todas estas entidades tienen una misión clara que (en principio) rige sus decisiones. Cabe resaltar que la noción

de empresa basada en misión es independiente de la estructura de propiedad de la empresa. En particular, los gobiernos pueden ser dueños total o parcialmente de estas empresas.

Para analizar la interacción entre los mercados de bienes finales y los mercados laborales planteada por esta investigación, se proponen dos modelos de *matching* entre empresas y gerentes.¹ Ambos modelos hacen posible estudiar las asignaciones de equilibrio en un mercado laboral compuesto por empresas que difieren en la importancia que le otorgan al bienestar social dentro de sus objetivos de producción y por gerentes que difieren con respecto a su talento. En el primer modelo, desarrollado en el capítulo 3, se asume que las empresas operan en mercados separados de bienes finales. De esta manera, las empresas sólo interactúan en la contratación de gerentes. En cambio, en el segundo modelo, desarrollado en el capítulo 4, se asume que las empresas operan en un mismo mercado – imperfectamente competitivo – de bienes finales: un oligopolio mixto. Así, las empresas interactúan estratégicamente tanto en la toma de decisiones de producción como en la contratación de gerentes. El marco analítico propuesto

¹En este documento, el término gerente hace alusión a aquel individuo encargado de dirigir o coordinar las actividades productivas dentro de una empresa.

en ambos modelos permite determinar simultáneamente cómo se emparejan las empresas y los gerentes y bajo qué condiciones. Para cada pareja, estas condiciones quedan formalizadas en un contrato que especifica los servicios que el gerente debe prestar a la empresa y la remuneración que el gerente debe recibir a cambio de ellos.

La teoría de agencia “clásica” trata a cada pareja empresa-gerente como una entidad aislada. Una desventaja de este enfoque de “equilibrio parcial” es que convierte en parámetros exógenos a los costos de oportunidad que enfrentan los participantes en un contrato. En un modelo de *matching* entre empresas y gerentes como los desarrollados en los capítulos 3 y 4, las utilidades de reserva de los agentes son endógenas: dependen de los contratos que éstos podrían firmar con socios alternativos. En consecuencia, este enfoque permite examinar no sólo la estructura de los pagos que reciben los gerentes, sino su nivel. Debido a que la estructura de los pagos define la clase de incentivos que cada empresa provee a su gerente, mientras que el nivel determina la compensación final de cada gerente, el enfoque empleado en los capítulos 3 y 4 resulta ideal para el análisis de los interrogantes que motivan esta investigación.

Este trabajo se aparta de la literatura existente en dos importantes aspectos. En primer lugar, examina si los objetivos de las empresas – en términos de sus decisiones de producción – pueden tener un impacto sobre su desempeño en los mercados laborales. En segundo lugar, muestra cómo afecta la competencia imperfecta en la provisión de bienes finales a la interrelación que manifiestan los mercados laborales y los mercados de bienes finales. El siguiente capítulo presenta una síntesis de la literatura relacionada con esta investigación.

Los resultados centrales del presente estudio son los siguientes. Cuando las empresas operan en mercados separados de bienes finales, existe un único *matching* de equilibrio entre empresas y gerentes: los gerentes más talentosos son contratados por las empresas más socialmente responsables (es decir, aquellas empresas que le otorgan mayor peso al bienestar social dentro de sus objetivos de producción). Adicionalmente, las compensaciones de los gerentes son crecientes con respecto a su talento. Cuando las empresas operan en un mismo mercado imperfectamente competitivo de bienes finales, el contrato firmado por cada pareja empresa-gerente impone externalidades sobre las empresas rivales. La presencia de externalidades en el mercado laboral hace

posible una reversión del *matching* de equilibrio que se observa cuando las empresas operan en mercados separados. En concreto, si los gerentes son suficientemente heterogéneos con respecto a su talento, entonces es posible encontrar equilibrios del mercado laboral en los que los gerentes más talentosos son contratados por las empresas menos socialmente responsables.

El resto de este documento está organizado de la siguiente manera. En el capítulo 2, se resume la literatura disponible relacionada con esta investigación. En los capítulos 3 y 4, se desarrollan los modelos descritos anteriormente. Finalmente, en el capítulo 5, se presentan las conclusiones de este trabajo y se proponen algunas líneas de investigación futura.

2 Literatura relacionada

Esta investigación hace contribuciones a dos ramas de la literatura. Por un lado, se relaciona con la literatura enfocada en estudiar cómo interactúan los mercados laborales y los mercados de bienes finales. Por el otro, explora el desempeño en los mercados laborales de empresas cuyo objetivo principal no es la maximización de sus beneficios privados.

La literatura disponible relacionada con la interacción entre los mercados de bienes finales y los mercados laborales generalmente examina cómo la competencia en los mercados de bienes finales afecta la eficiencia de los gerentes. Hart (1983) muestra que la competencia ayuda a disminuir el comportamiento discrecional de los gerentes cuando los costos de las empresas tienen un componente común. Este resultado puede explicarse de la siguiente manera. Suponga que, cuando los costos (totales y marginales) de una empresa disminuyen, también se reducen los costos de sus rivales. La maximización de beneficios lleva a las empresas a incrementar sus niveles de producción. Esto reduce el precio de mercado y deja a los gerentes un menor margen de acción para ejercer comportamiento discrecional. Scharfstein

(1988) argumenta que una competencia muy intensa puede agravar el problema de incentivos de los gerentes cuando éstos no son infinitamente aversos al riesgo como en el modelo de Hart. Hermalin (1992) y Schmidt (1997) también encuentran evidencia ambigua sobre cómo responden los incentivos de los gerentes ante cambios en la intensidad de la competencia. No obstante, Raith (2003) demuestra que la relación positiva entre incentivos y competencia, sugerida por la evidencia empírica, es robusta en un contexto dinámico en el que la estructura de los mercados de bienes finales queda determinada por la libre entrada y salida de empresas. Winston (1998) provee evidencia empírica de ganancias en productividad obtenidas en diversas industrias en Estados Unidos como consecuencia de desregulación. Por ejemplo, la industria de la aviación civil experimentó una caída de 25% en costos reales de operación, la industria bancaria observó una reducción de 80% en el costo real de los depósitos y el costo real de transmisión y distribución de energía eléctrica cayó 35%.

Edmans, Gabaix y Landier (2009), Baranchuk, MacDonald y Yang (2010) y Dam (2010) emplean modelos de asignación para analizar cómo se emparejan gerentes y empresas heterogéneos. Cabe aclarar que en ninguno de estos artículos se permite la in-

teracción estratégica de empresas en la producción de bienes finales. Tanto en Edmans *et al.* (2009) como en Baranchuk *et al.* (2010), se encuentra que los gerentes más talentosos tienden a ser contratados por las empresas más grandes. Dam (2010) explora cómo el poder de mercado que disfrutaban las empresas afecta su desempeño en la contratación de gerentes. Si el beneficio que las empresas obtienen del talento de sus gerentes es creciente (decreciente) con respecto a su poder de mercado, entonces los gerentes más talentosos son contratados por las empresas con mayor (menor) poder de mercado. Adicionalmente, la relación entre poder de mercado e incentivos es monótona si y sólo si el emparejamiento de equilibrio entre empresas y gerentes es monótono.

Besley y Ghatak (2005) exploran por qué las empresas basadas en misiones usualmente contratan gerentes motivados que apoyan las respectivas misiones. En este contexto, el emparejamiento de los gerentes con las misiones de su predilección funciona como un sustituto de los esquemas tradicionales de provisión de incentivos y esto incrementa la eficiencia resultante de la contratación. Prendergast (2007) argumenta que, en algunos casos, el emparejamiento de gerentes con empresas u organizaciones que no comparten sus preferencias en relación con “misiones” alternativas

puede ser socialmente deseable. Es decir, estas organizaciones pueden incrementar su eficiencia operativa si contratan gerentes sesgados. Glaeser y Shleifer (2001) explican por qué puede ser rentable para un empresario “egoísta” constituir su empresa como un organismo sin fines de lucro. Así, Glaeser y Shleifer buscan dar fundamento teórico a la existencia de estas organizaciones.

3 Mercados separados de bienes finales

3.1 Empresas, gerentes y contratos

Considere un mercado laboral, denotado por \mathcal{E} , con dos empresas y dos gerentes neutrales al riesgo. Sea $\theta_i \in [0, 1]$ la importancia que le otorga la empresa $i \in \{1, 2\}$ al bienestar de sus consumidores dentro de sus decisiones de producción. Asuma que $\theta_1 < \theta_2$ y sea $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$. Las empresas operan con un costo marginal de producción constante $c \in \{c_L, c_H\}$, donde $c_H > c_L > 0$. Inicialmente, ambas empresas disponen sólo de la tecnología ineficiente c_H . Sin embargo, cada empresa puede contratar a un gerente para que éste ejerza un nivel de esfuerzo $e \in [0, 1]$ con el objetivo de reducir su costo marginal a c_L con probabilidad e . Los gerentes difieren en sus habilidades o talento: $m_j\psi(e)$ es el costo monetario para el gerente $j \in \{1, 2\}$ de ejercer un nivel de esfuerzo e , donde $m_2 > m_1 > 0$ y $\psi(e) = \frac{1}{2}e^2$ para todo $e \in [0, 1]$.² Sea $\mathcal{M} = \{m_1, m_2\}$.

Las empresas sólo pueden contratar a un gerente, y los ge-

²Más adelante se asumirá que el nivel de esfuerzo ejercido por cada gerente no es verificable. En este contexto, se requiere que el costo monetario del esfuerzo de los gerentes sea estrictamente convexo para garantizar la existencia de un único nivel de esfuerzo óptimo para cada gerente.

rentes sólo pueden trabajar para una empresa. Para asociarse, una empresa y un gerente deben firmar un contrato que especifique el nivel de esfuerzo que debe ejercer el gerente y los pagos que debe hacer la empresa al gerente – en cada estado de la naturaleza – a cambio de sus servicios.

Dado que $\theta_1 \neq \theta_2$ y $m_1 \neq m_2$, es posible identificar inequívocamente a las empresas y los gerentes a través de los parámetros en Θ y \mathcal{M} . En consecuencia, de aquí en adelante permita que θ_i denote a la empresa $i \in \{1, 2\}$ y que m_j denote al gerente $j \in \{1, 2\}$.

Un contrato $c(\theta_i, m_j)$ entre la empresa $\theta_i \in \Theta$ y el gerente $m_j \in \mathcal{M}$ está compuesto por un trío

$$(e(\theta_i, m_j), w(\theta_i, m_j), b(\theta_i, m_j)) \in [0, 1] \times \mathbb{R} \times \mathbb{R},$$

en el que $e(\theta_i, m_j)$ representa el nivel de esfuerzo que el gerente m_j debe ejercer, $w(\theta_i, m_j)$ es un salario fijo que la empresa θ_i debe pagar al gerente m_j en cualquier estado de la naturaleza y $b(\theta_i, m_j)$ es un bono que recibe el gerente m_j si (y sólo si) logra reducir el costo marginal de la empresa θ_i a c_L . La utilidad esperada del gerente m_j , correspondiente a la firma del contrato

$c(\theta_i, m_j) = (e(\theta_i, m_j), w(\theta_i, m_j), b(\theta_i, m_j))$, está dada por

$$U_j(c(\theta_i, m_j)) := \\ w(\theta_i, m_j) + e(\theta_i, m_j)b(\theta_i, m_j) - m_j\psi(e(\theta_i, m_j)).$$

El contrato $c(\theta_i, m_j)$ le genera una utilidad esperada a la empresa θ_i dada por

$$V_i(c(\theta_i, m_j)) := e(\theta_i, m_j)v(c_L, \theta_i) + (1 - e(\theta_i, m_j))v(c_H, \theta_i) \\ - w(\theta_i, m_j) - e(\theta_i, m_j)b(\theta_i, m_j),$$

donde v es una función de “beneficio” definida a continuación.

Suponga que la empresa $\theta_i \in \Theta$, en su mercado de bienes finales, es un monopolista que enfrenta una demanda definida (inversamente) por

$$p(q_i) := A - q_i$$

para cada $q_i \geq 0$, donde $A > c_H$ y q_i denota el nivel de producción de la empresa. El beneficio privado de este monopolista está dado

por

$$\begin{aligned}\pi_i(q_i; c_i) &:= (p(q_i) - c_i)q_i \\ &= (A - q_i - c_i)q_i\end{aligned}$$

para cada $q_i \geq 0$ y cualquier $c_i \in \{c_L, c_H\}$. Tome la suma del excedente de los consumidores y el beneficio privado del monopolista como el bienestar social total generado por la producción de la empresa. Así,

$$\begin{aligned}W_i(q_i; c_i) &:= CS(q_i) + \pi_i(q_i; c_i) \\ &= \frac{1}{2}q_i^2 + (A - q_i - c_i)q_i\end{aligned}$$

para cada $q_i \geq 0$, donde $W_i(q_i; c_i)$ y $CS(q_i)$ representan, respectivamente, el bienestar total y el excedente de los consumidores generados por q_i .

Asuma que la empresa θ_i es socialmente responsable y desea maximizar una suma ponderada de W_i y π_i dada por

$$\theta_i W_i + (1 - \theta_i) \pi_i.$$

El nivel de producción óptimo $q_i^*(c_i)$ para la empresa θ_i , dado

cualquier $c_i \in \{c_L, c_H\}$, debe satisfacer

$$q_i^*(c_i) \in \arg \max_{q_i \geq 0} \{\theta_i W_i(q_i; c_i) + (1 - \theta_i)\pi_i(q_i; c_i)\}.$$

Observe que $\theta_i W_i + (1 - \theta_i)\pi_i$ es estrictamente cóncava con respecto a q_i . Entonces, $q_i^*(c_i)$ es único.

Sea $v(c_i, \theta_i) := \max_{q_i \geq 0} \{\theta_i W_i(q_i; c_i) + (1 - \theta_i)\pi_i(q_i; c_i)\}$ para cada $c_i \in \{c_L, c_H\}$. Note que

$$\begin{aligned} v(c_i, \theta_i) &= \theta_i W_i(q_i^*(c_i); c_i) + (1 - \theta_i)\pi_i(q_i^*(c_i); c_i) \\ &= \frac{(A - c_i)^2}{2(2 - \theta_i)} \end{aligned}$$

para todo $c_i \in \{c_L, c_H\}$. Defina

$$\begin{aligned} \Delta(\theta_i) &:= v(c_L, \theta_i) - v(c_H, \theta_i) \\ &= \frac{(A - c_L)^2 - (A - c_H)^2}{2(2 - \theta_i)}. \end{aligned}$$

Así, $\Delta(\theta_2) > \Delta(\theta_1) > 0$ debido a que $\theta_1 < \theta_2$.

3.2 Contratos factibles

Fije $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$. Esta sección examina el conjunto de contratos factibles para la pareja empresa-gerente (θ_i, m_j) . Sea Ω_{ij} este conjunto y sea

$$c(\theta_i, m_j) = (e(\theta_i, m_j), w(\theta_i, m_j), b(\theta_i, m_j)) \in \Omega_{ij}.$$

La primera condición que deberán satisfacer los contratos factibles es la compatibilidad de incentivos. Asuma que los niveles de esfuerzo ejercidos por los gerentes no son observables. En este caso, una vez que la empresa θ_i y el gerente m_j hayan firmado el contrato $c(\theta_i, m_j)$, el gerente m_j escogerá un nivel de esfuerzo $e \in [0, 1]$ que maximice su utilidad esperada, sin tomar en cuenta el esfuerzo especificado en $c(\theta_i, m_j)$. Note que la utilidad esperada de m_j es estrictamente cóncava con respecto a e . Dado que $[0, 1]$ es un subconjunto compacto de \mathbb{R} , esto garantiza la existencia de un *único* nivel de esfuerzo óptimo para el gerente, dados $w(\theta_i, m_j)$ y $b(\theta_i, m_j)$. Por lo tanto, el contrato $c(\theta_i, m_j)$ satisfará

la condición de compatibilidad de incentivos si

(CI)

$$\{e(\theta_i, m_j)\} = \arg \max_{e \in [0,1]} \{w(\theta_i, m_j) + eb(\theta_i, m_j) - m_j\psi(e)\}.$$

Adicionalmente, asuma que los gerentes disfrutan de responsabilidad limitada en el sentido de que las empresas no pueden disponer de la riqueza personal de los gerentes. En otras palabras, los gerentes deben recibir, en cada estado de la naturaleza, pagos no negativos a cambio de sus servicios. Esta condición de responsabilidad limitada impone las siguientes restricciones sobre la factibilidad de $c(\theta_i, m_j)$:

$$(RL_H) \quad w(\theta_i, m_j) \geq 0,$$

$$(RL_L) \quad w(\theta_i, m_j) + b(\theta_i, m_j) \geq 0.$$

Definición 1. Sean $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$. El contrato $c(\theta_i, m_j)$ es factible para la pareja empresa-gerente (θ_i, m_j) si satisface (CI), (RL_H) y (RL_L) .

Observe que el contrato nulo $c^{nulo} = (0, 0, 0) \in \Omega_{ij}$. Por lo tanto, $\Omega_{ij} \neq \emptyset$.

3.3 Matchings, asignaciones y equilibrios

Un *matching* en \mathcal{E} es una biyección de $\Theta \cup \mathcal{M}$ a $\Theta \cup \mathcal{M}$ que define parejas formadas por una empresa y un gerente, por una empresa con ella misma o por un gerente con él mismo.

Definición 2. Una biyección $\mu : \Theta \cup \mathcal{M} \rightarrow \Theta \cup \mathcal{M}$ es un *matching* en \mathcal{E} si:

- (a) $\mu(\mu(x)) = x$ para todo $x \in \Theta \cup \mathcal{M}$,
- (b) $\mu(\theta_i) \neq \theta_i$ implica $\mu(\theta_i) \in \mathcal{M}$ para toda $\theta_i \in \Theta$,
- (c) $\mu(m_j) \neq m_j$ implica $\mu(m_j) \in \Theta$ para todo $m_j \in \mathcal{M}$.

Considere un “vector” de contratos $\mathcal{C} = (c_{\theta_1}, c_{\theta_2}, c_{m_1}, c_{m_2})$, donde c_{θ_i} es el contrato asignado a la empresa $\theta_i \in \Theta$ y c_{m_j} es el contrato asignado al gerente $m_j \in \mathcal{M}$. Sea μ un *matching* en \mathcal{E} . El vector de contratos \mathcal{C} es compatible con μ si:

- (i) $\mu(\theta_i) = m_j$ implica $c_{\theta_i} = c_{m_j} = c(\theta_i, m_j) \in \Omega_{ij}$ para cualesquiera $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$,
- (ii) $\mu(x) = x$ implica $c_x = c^{nulo}$ para cualquier $x \in \Theta \cup \mathcal{M}$.

Observe que la compatibilidad de \mathcal{C} con μ exige que cada pareja empresa-gerente (definida por μ) firme un mismo contrato factible y que los agentes que queden “solteros” (de acuerdo con μ) firmen el contrato nulo.

Definición 3. Una asignación en el mercado \mathcal{E} es un par (μ, \mathcal{C}) compuesto por un *matching* μ en \mathcal{E} y un vector de contratos \mathcal{C} compatible con μ .

A continuación, se define qué constituye un equilibrio de \mathcal{E} .

Definición 4. Una asignación (μ, \mathcal{C}) es una asignación de equilibrio para el mercado \mathcal{E} si:

- (a) $V_i(c_{\theta_i}) \geq V_i(c^{nulo})$ y $U_j(c_{m_j}) \geq U_j(c^{nulo})$ para toda $\theta_i \in \Theta$ y todo $m_j \in \mathcal{M}$,
- (b) no existe una pareja empresa-gerente $(\theta_i, m_j) \in \Theta \times \mathcal{M}$ tal que $V_i(c) > V_i(c_{\theta_i})$ y $U_j(c) > U_j(c_{m_j})$ para algún $c \in \Omega_{ij}$.

La condición (a) establece que el pago esperado de cada agente en equilibrio debe ser al menos tan bueno como el pago que cada agente en cuestión recibiría si no participara en el mercado (note que firmar el contrato nulo es equivalente a no participar en el

mercado). En este sentido, la condición (a) es una restricción de *racionalidad individual*: las asignaciones de equilibrio no deben despertar objeciones individuales en los agentes. Por otro lado, la condición (b) implica que las asignaciones de equilibrio deben estar libres de objeciones presentadas por cualquier pareja empresa-gerente (incluyendo las parejas definidas por el *matching* de equilibrio). Observe que una pareja empresa-gerente desearía *bloquear* una asignación (μ, \mathcal{C}) si ellos pudieran firmar un contrato factible que les garantizara a ambos utilidades esperadas mayores que las que disfrutaban en (μ, \mathcal{C}) . En consecuencia, la condición (b) establece que los equilibrios de \mathcal{E} deben estar libres de potenciales *bloqueos*.

En resumen, las condiciones (a) y (b) son restricciones de *estabilidad*. Éstas indican que una asignación es estable – o es una asignación de equilibrio – si no puede ser bloqueada por algún agente o por alguna pareja empresa-gerente.

3.4 Contratos óptimos

El objetivo de esta sección es analizar qué contratos pueden formar parte de asignaciones de equilibrio. De nuevo, fije $\theta_i \in \Theta$ y

$m_j \in \mathcal{M}$. A continuación, se examina, en un contexto de equilibrio parcial, el conjunto de contratos óptimos – en el sentido de Pareto – para la pareja (θ_i, m_j) .

Note que cualquier contrato factible firmado por la empresa θ_i y por el gerente m_j determina simultáneamente el excedente económico que la pareja generará y cómo se dividirá este excedente entre los miembros de la pareja. Entonces, es posible interpretar los pagos esperados que disfrutan la empresa θ_i y el gerente m_j cuando forman una pareja como el resultado de un proceso de negociación empleado por ellos para decidir cómo repartir el excedente económico generado por el esfuerzo del gerente.

Sean \bar{V}_i y \bar{U}_j , respectivamente, las utilidades de reserva de la empresa θ_i y el gerente m_j . Asuma, por el momento, que \bar{V}_i y \bar{U}_j son exógenas. En la siguiente sección, estas utilidades de reserva quedarán determinadas de manera endógena por los pagos esperados que la empresa θ_i y el gerente m_j podrían obtener de parejas alternativas o de no participar en el mercado \mathcal{E} .

Permita que $F(\theta_i, m_j)$ denote al conjunto de perfiles de utili-

dad factibles para θ_i y m_j :

$$F(\theta_i, m_j) := \{(V, U) \in \mathbb{R}^2 \mid \exists c \in \Omega_{ij} \text{ tal que } V = V_i(c) \text{ y } U = U_j(c)\}.$$

Siguiendo a Chakraborty y Citanna (2005), piense en las posibles negociaciones entre θ_i y m_j como juegos, con algún concepto de solución aplicado a ellos, que culminan con la elección de perfiles de utilidad dentro del conjunto

$$F(\theta_i, m_j) \cap \{(V, U) \in \mathbb{R}^2 \mid (V, U) \geq (\bar{V}_i, \bar{U}_j)\}.$$

Si este conjunto es vacío, asuma que el resultado de cualquier procedimiento de negociación será simplemente el perfil (\bar{V}_i, \bar{U}_j) . En otras palabras, un proceso de negociación entre la empresa θ_i y el gerente m_j , dadas sus respectivas utilidades de reserva \bar{V}_i y \bar{U}_j , culmina con la elección de algún contrato factible (que les garantice a ambos utilidades esperadas al menos tan buenas como sus utilidades de reserva) o con la decisión de no formar una pareja (en este caso, la empresa y el gerente se quedan con sus utilidades de reserva).

Una consecuencia inmediata de la noción de estabilidad – que se demostrará en la siguiente sección – es que los contratos que formen parte de asignaciones de equilibrio deben ser *eficientes*: es decir, dadas las utilidades de reserva de las empresas y los gerentes, no debe existir un contrato factible para alguna pareja empresa-gerente que le otorgue a cada agente un pago esperado al menos tan bueno como su pago de equilibrio (y, para alguno de ellos, *estrictamente* mejor).³ Equivalentemente, se puede decir que la estabilidad de las asignaciones de equilibrio exige que los procedimientos de negociación empleados dentro de cualquier pareja sean *eficientes*. Chakraborty y Citanna (2005, p. 212) demuestran que, en economías como \mathcal{E} , los equilibrios son invariantes con respecto a la elección de procedimientos *eficientes* de negociación.⁴ En consecuencia, lo que resta de esta sección está dedicado – sin pérdida de generalidad – al estudio de un procedimiento de negociación específico (y analíticamente conveniente).

Asuma que la empresa θ_i , en su interacción con el gerente m_j , posee todo el poder de negociación. En este caso, la empresa

³En el contexto de este trabajo, la eficiencia de los contratos es una eficiencia *restringida* por el riesgo moral que induce la incapacidad de las empresas de verificar los esfuerzos ejercidos por los gerentes.

⁴La eficiencia considerada por Chakraborty y Citanna también está restringida por la presencia de riesgo moral.

hará (tomando en consideración \bar{U}_j) una oferta al gerente de tipo “tómala o déjala” en relación con la repartición del excedente generado por su pareja. Para que el gerente esté dispuesto a aceptar esta oferta, la empresa debe otorgarle un pago esperado al menos tan bueno como \bar{U}_j . Sea $c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j) \in \Omega_{ij}$ la oferta de la empresa θ_i , correspondiente a la utilidad de reserva \bar{U}_j . Observe que $c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)$ debe satisfacer la siguiente restricción de participación:

$$(P) \quad U_j(c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)) \geq \bar{U}_j.$$

Si no existe un contrato factible $c \in \Omega_{ij}$ que satisfaga simultáneamente la restricción de participación del gerente m_j y la restricción de racionalidad individual de la empresa θ_i , dada por

$$V_i(c) \geq V_i(c^{nulo}),$$

asuma que $c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j) = c^{nulo}$ con el objetivo de comunicarle al gerente que no formarán una pareja.

Definición 5. Fije $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$. Sea $\bar{U}_j \in \mathbb{R}$ la utilidad de reserva del gerente m_j . El contrato $c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)$ es óptimo para

la pareja empresa-gerente (θ_i, m_j) , dada \bar{U}_j , si satisface *una* de las siguientes condiciones:

$$(a) \quad c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j) \in \arg \max_{c \in \Omega_{ij}} \{V_i(c) \mid U_j(c) \geq \bar{U}_j\} \quad y \\ V_i(c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)) \geq V_i(c^{nulo}),$$

$$(b) \quad c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j) = c^{nulo} \quad y \\ \max_{c \in \Omega_{ij}} \{V_i(c) \mid U_j(c) \geq \bar{U}_j\} < V_i(c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)).$$

Note que $U_j(c^{nulo}) = 0$. Claramente, esto implica que $\bar{U}_j \geq 0$ (es decir, la utilidad de reserva del gerente m_j no puede ser menor que el pago que el gerente recibiría si se quedara soltero). Así, es posible caracterizar, para cada $\bar{U}_j \geq 0$, el conjunto de contratos óptimos para la pareja (θ_i, m_j) . Antes de proceder, considere el siguiente supuesto.

SUPUESTO 1. $\Delta(\theta_2) < m_1$.

Este supuesto cumple el siguiente propósito: garantizar soluciones interiores para los niveles de esfuerzo óptimos para los gerentes. No obstante, tiene una interpretación sencilla en términos del problema de contratación que enfrentan las empresas. Observe que m_j mide el costo marginal de esfuerzo que experimenta el gerente

cuando ejerce su máximo esfuerzo ($e = 1$). Por otro lado, $\Delta(\theta_i)$ representa el “beneficio” o utilidad extra que obtiene la empresa θ_i cuando su costo marginal de producción se reduce a c_L . Al fijar $\Delta(\theta_1) < \Delta(\theta_2) < m_1 < m_2$, se garantiza la no trivialidad del riesgo moral en el siguiente sentido: inducir el máximo esfuerzo resulta demasiado costoso para las empresas.

Ahora, es posible enunciar el primer resultado del capítulo.

Lema 1. Sean $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$. Para cada $\bar{U}_j \geq 0$, existe un único contrato óptimo $c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)$ para la pareja empresa-gerente (θ_i, m_j) y éste presenta las siguientes características.

- (a) El salario fijo óptimo está dado por $w^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j) = 0$ para toda $\bar{U}_j \geq 0$.
- (b) Cuando $\bar{U}_j \in [0, \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j})$, la restricción de participación del gerente no se satura. Además, el nivel de esfuerzo y el bono óptimos son positivos y no dependen de la utilidad de reserva del gerente.
- (c) Cuando $\bar{U}_j \in [\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}, \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}]$, la restricción de participación del gerente se satura. En este caso, el nivel de esfuerzo y el bono óptimos son positivos y estrictamente crecientes con respecto a la utilidad de reserva del gerente.

(d) Cuando $\bar{U}_j \in \left(\frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}, \infty\right)$, $c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j) = c^{nulo}$.

Demostración. Vea el apéndice. □

La intuición detrás de este lema es bastante estándar. Cuando $\bar{U}_j < \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}$, las restricciones de responsabilidad limitada impuestas sobre la factibilidad de los contratos crean una *renta de riesgo moral* para el gerente. Esta renta está dada por la diferencia positiva: $U_j(c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)) - \bar{U}_j$. Note que el “castigo” por “mal desempeño” que la empresa θ_i puede darle al gerente m_j está determinado por el salario fijo óptimo: éste es el pago que el gerente recibe cuando no logra reducir el costo marginal de la empresa. Al mismo tiempo, la empresa debe motivar el esfuerzo del gerente a través del bono que le paga cuando es exitoso en sus actividades. Dado que el “castigo” de la empresa está restringido por la responsabilidad limitada del gerente, éste disfruta una renta de riesgo moral positiva cuando su utilidad de reserva es “muy baja”: en este caso, es imposible para la empresa reducir más la compensación esperada del gerente – mientras incentiva un nivel adecuado de esfuerzo – sin disponer de la riqueza personal del gerente con probabilidad positiva. Si $\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j} \leq \bar{U}_j \leq \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}$, la renta de riesgo moral del gerente desaparece. No obstante, el

pago esperado del gerente es mayor (y creciente en su utilidad de reserva) en este caso, aunque no recibe una renta de riesgo moral. Finalmente, la participación del gerente es demasiado costosa para la empresa cuando $\bar{U}_j > \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}$. Por lo tanto, es óptimo para la empresa no formar una pareja con el gerente en este caso.

3.5 Las asignaciones de equilibrio

El análisis de los equilibrios de \mathcal{E} comienza con la siguiente observación.⁵

Lema 2. *Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . Entonces, $\mu(m_j) \neq m_j$ para cada $m_j \in \mathcal{M}$.*

Demostración. Vea el apéndice. □

A continuación, se examinan las propiedades de los pagos de equilibrio. Para cada $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$, sean $V^*(\theta_i)$ y $U^*(m_j)$ los pagos de equilibrio de la empresa θ_i y el gerente m_j respectivamente. Es decir, sean $V^*(\theta_i) = V_i(c_{\theta_i})$ y $U^*(m_j) = U_j(c_{m_j})$ en cualquier asignación de equilibrio (μ, \mathcal{C}) . Como se prometió en

⁵La existencia de asignaciones de equilibrio para \mathcal{E} se demuestra al término de esta sección.

la sección anterior, se procede a demostrar que los miembros de cualquier pareja formada en equilibrio deben firmar un contrato óptimo.

Lema 3. *Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio en \mathcal{E} . Para cualesquiera $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$, si $\mu(m_j) = \theta_i$, entonces*

$$(1) \quad V^*(\theta_i) = \max_{c \in \Omega_{ij}} \{V_i(c) \mid U_j(c) \geq U^*(m_j)\}$$

y

$$(2) \quad U^*(m_j) = \max_{c \in \Omega_{ij}} \{U_j(c) \mid V_i(c) \geq V^*(\theta_i)\}.$$

Demostración. Vea el apéndice. □

Las condiciones (1) y (2) establecen que el perfil de utilidades de equilibrio $(V^*(\theta_i), U^*(m_j))$ debe ser consistente con algún procedimiento eficiente de negociación. Esto implica que, dado $U^*(m_j)$, el contrato de equilibrio firmado por la empresa $\theta_i \in \Theta$ y el gerente $m_j \in \mathcal{M}$ debe ser óptimo. Defina

$$\phi(\theta_i, m_j, U^*(m_j)) := \max_{c \in \Omega_{ij}} \{V_i(c) \mid U_j(c) \geq U^*(m_j)\}$$

y

$$\Phi(\theta_i, m_j, V^*(\theta_i)) := \max_{c \in \Omega_{ij}} \{U_j(c) \mid V_i(c) \geq V^*(\theta_i)\}.$$

El siguiente lema relaciona la noción de estabilidad con cómo deben escoger los agentes sus parejas en equilibrio.

Lema 4. *Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . Entonces,*

$$(3) \quad V^*(\theta_i) = \max_{m_j \in \mathcal{M}} \phi(\theta_i, m_j, U^*(m_j))$$

y

$$(4) \quad U^*(m_j) = \max_{\theta_i \in \Theta} \Phi(\theta_i, m_j, V^*(\theta_i))$$

para toda $\theta_i \in \Theta$ y todo $m_j \in \mathcal{M}$.

Demostración. Vea el apéndice. □

Este lema añade a lo expuesto en el Lema 3 que los perfiles de utilidades de equilibrio deben reflejar la mejor alternativa disponible para cada agente. Observe que el lado derecho de (4) es,

por definición, la utilidad de reserva del gerente m_j . Por lo tanto, (4) implica que, en cualquier asignación de equilibrio, las restricciones de participación de los gerentes deben saturarse. En consecuencia, los contratos de equilibrio firmados por cada pareja deben ser compatibles con el inciso (c) del Lema 1.

Ahora, es posible ordenar los pagos de equilibrio de los gerentes y de las empresas.

Proposición 1. *Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . Entonces,*

$$(5) \quad U^*(m_1) > U^*(m_2)$$

y

$$(6) \quad V^*(\theta_1) < V^*(\theta_2).$$

Demostración. Vea el apéndice. □

Explicar la intuición detrás de las desigualdades presentadas en la Proposición 1 es sencillo. Del Lema 2, se sabe que ningún gerente queda desempleado en equilibrio. Entonces, por el Lema 3 y el

Lema 1, los gerentes deben ejercer niveles de esfuerzo positivos y recibir compensaciones positivas a cambio de sus servicios. Esto implica que, en cualquier asignación de equilibrio (μ, \mathcal{C}) , si el gerente m_1 firma el contrato de equilibrio del gerente m_2 , obtiene una utilidad esperada mayor que la que disfruta éste en equilibrio. Por lo tanto, para evitar que el gerente m_1 pueda bloquear (μ, \mathcal{C}) con el empleador de m_2 , la desigualdad (5) debe satisfacerse.

Para el caso de la desigualdad (6), note que cada empresa se beneficia del esfuerzo de su gerente en dos maneras: directamente a través de su beneficio privado e indirectamente a través de un aumento en el excedente de sus consumidores. Observe que $v(c_i, \theta_i) = \theta_i CS(q_i^*(c_i)) + \pi_i(q_i^*(c_i); c_i)$ para cualquier empresa $\theta_i \in \Theta$ y todo $c_i \in \{c_L, c_H\}$. Dado que las empresas enfrentan demandas equivalentes, sus beneficios privados responden de forma idéntica ante cambios en sus respectivos costos marginales de producción. Sin embargo, la empresa θ_2 le asigna un peso mayor – en comparación con la empresa θ_1 – al bienestar de sus consumidores dentro de su función objetivo. En consecuencia, $\Delta(\theta_2) > \Delta(\theta_1)$. Así, el beneficio potencial de cualquier contrato es mayor para la empresa θ_2 que para la empresa θ_1 . Esto induce el ordenamiento de los pagos de equilibrio de las empresas descrito por (6).

La siguiente proposición aclara cuáles *matchings* pueden formar parte de las asignaciones de equilibrio.

Proposición 2. *En cualquier asignación de equilibrio para el mercado \mathcal{E} , la empresa θ_2 contrata al gerente más talentoso y la empresa θ_1 contrata al gerente menos talentoso.*

Demostración. Vea el apéndice. □

De acuerdo con esta proposición, el mercado \mathcal{E} tiene un único *matching* μ de equilibrio y éste es decreciente: $\mu(m) \in \Theta$ decrece conforme $m \in \mathcal{M}$ aumenta. Para hacer sentido de este resultado, permita que (μ, \mathcal{C}) sea una asignación de equilibrio. Note que la “disponibilidad a pagar” de la empresa θ_i por el gerente m_1 en esta asignación de equilibrio está dada por la diferencia $\phi(\theta_i, m_1, U^*(m_1)) - \phi(\theta_i, m_2, U^*(m_2))$. La Proposición 1 genera el siguiente ordenamiento de las disponibilidades a pagar de las empresas por el gerente más talentoso:

$$\begin{aligned} \phi(\theta_2, m_1, U^*(m_1)) - \phi(\theta_2, m_2, U^*(m_2)) > \\ \phi(\theta_1, m_1, U^*(m_1)) - \phi(\theta_1, m_2, U^*(m_2)). \end{aligned}$$

Esta desigualdad es consecuencia del mayor peso que la empresa θ_2 le asigna al bienestar de sus consumidores y establece que el beneficio potencial de contratar al gerente m_1 en lugar de al gerente m_2 es mayor para la empresa θ_2 que para la empresa θ_1 . Por lo tanto, ninguna asignación con un *matching* creciente puede ser estable. Como ningún gerente puede quedar desempleado de acuerdo con el Lema 2, μ debe ser decreciente.

La última proposición de este capítulo valida los resultados presentados en esta sección.

Proposición 3. *Existe una asignación de equilibrio para \mathcal{E} .*

Demostración. Vea el apéndice.

□

4 Mercado integrado de bienes finales

Considere la siguiente modificación al mercado \mathcal{E} . Asuma que las empresas θ_1 y θ_2 ahora compiten *à la Cournot* en un mismo mercado de bienes finales y que enfrentan una demanda definida (inversamente) por

$$p(q_1, q_2) := A - q_1 - q_2$$

para cualesquiera $q_1, q_2 \in [0, \infty)$, donde q_i representa el nivel de producción de la empresa $\theta_i \in \Theta$. Note que, en este caso, el excedente de los consumidores está dado por

$$CS(q_1, q_2) = \frac{1}{2} (q_1 + q_2)^2$$

para cada $q_1, q_2 \in [0, \infty)$. Adicionalmente, para cualesquiera $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$ y $q_1, q_2 \in [0, \infty)$, los beneficios privados de las empresas están dados por

$$\begin{aligned}\pi_1(q_1, q_2; c_1) &:= (p(q_1, q_2) - c_1)q_1 \\ &= (A - q_1 - q_2 - c_1)q_1\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\pi_2(q_1, q_2; c_2) &:= (p(q_1, q_2) - c_2)q_2 \\ &= (A - q_1 - q_2 - c_2)q_2,\end{aligned}$$

donde π_i identifica al beneficio privado de la empresa θ_i y c_i es su costo marginal de producción. Como en el capítulo anterior, tome la suma del excedente de los consumidores y los beneficios privados de las empresas como el bienestar social total generado por los niveles de producción de las empresas. Entonces,

$$\begin{aligned}W(q_1, q_2; c_1, c_2) &:= CS(q_1, q_2) + \pi_1(q_1, q_2; c_1) + \pi_2(q_1, q_2; c_2) \\ &= \frac{1}{2}(q_1 + q_2)^2 + (A - q_1 - q_2)(q_1 + q_2) \\ &\quad - c_1q_1 - c_2q_2\end{aligned}$$

para cualesquiera $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$ y $q_1, q_2 \in [0, \infty)$, donde $W(q_1, q_2; c_1, c_2)$ representa el bienestar social total generado por q_1 y q_2 .

A continuación, se examinan los equilibrios (de Nash en estrategias puras) de este mercado de bienes finales. Para simplificar la exposición y el cómputo de estos equilibrios y los resultados sub-

secuentes, en este capítulo se asume que la empresa θ_1 es completamente privada ($\theta_1 = 0$) y que la empresa θ_2 es completamente pública ($\theta_2 = 1$).⁶

La correspondencia de mejor respuesta de la empresa θ_2 está definida por

$$q_2^*(q_1; c_1, c_2) := \arg \max_{q_2 \geq 0} \{ \theta_2 W(q_1, q_2; c_1, c_2) + (1 - \theta_2) \pi_2(q_1, q_2; c_2) \}$$

para cada $q_1 \geq 0$ y cualesquiera $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$. Note que $\theta_2 W + (1 - \theta_2) \pi_2$ es estrictamente cóncava con respecto a q_2 . En consecuencia, la mejor respuesta de θ_2 ante cada $q_1 \geq 0$ es única – es decir, q_2^* puede redefinirse como una función – y está dada por

$$q_2^*(q_1; c_1, c_2) = \max \{ A - c_2 - q_1, 0 \}$$

para cualesquiera $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$. La correspondencia de mejor

⁶Este supuesto reduce la generalidad de los resultados presentados en este capítulo. No obstante, debido a que *todas* las funciones analizadas en el capítulo son continuas, los resultados preservan su validez cuando θ_1 es “suficientemente” pequeña y θ_2 es “suficientemente” grande.

respuesta de la empresa θ_1 está definida por

$$q_1^*(q_2; c_1, c_2) := \arg \max_{q_1 \geq 0} \{ \theta_1 W(q_1, q_2; c_1, c_2) + (1 - \theta_1) \pi_1(q_1, q_2; c_1) \}$$

para cada $q_2 \geq 0$ y $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$. Dado que $\theta_1 W + (1 - \theta_1) \pi_1$ es estrictamente cóncava con respecto a q_1 , esta mejor respuesta también puede redefinirse como una función dada por

$$q_1^*(q_2; c_1, c_2) = \max \left\{ \frac{A - c_1 - q_2}{2}, 0 \right\}$$

para cualquier $q_2 \geq 0$ y cualesquiera $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$.

Asuma que las empresas compiten en el mercado de bienes finales poco después de que se realizan sus costos marginales. Esto genera cuatro escenarios con diferentes equilibrios: i) $c_1 = c_2 = c_L$, ii) $c_1 = c_2 = c_H$, iii) $c_1 = c_H$ y $c_2 = c_L$, iv) $c_1 = c_L$ y $c_2 = c_H$. Antes de proceder a caracterizar los equilibrios correspondientes a cada escenario, se hace el siguiente supuesto.

SUPUESTO 2. $A \in (c_H, 2c_H - c_L)$.

Este supuesto restringe el tamaño del mercado de bienes finales para garantizar que sólo una empresa lo sirva en los equilibrios de

los escenarios iii) y iv).

Ahora, es posible computar los equilibrios del mercado de bienes finales. Sean

$$\begin{aligned} \left(q_1^{**}(c_L, c_L), q_2^{**}(c_L, c_L) \right) &= (0, A - c_L), \\ \left(q_1^{**}(c_H, c_H), q_2^{**}(c_H, c_H) \right) &= (0, A - c_H), \\ \left(q_1^{**}(c_H, c_L), q_2^{**}(c_H, c_L) \right) &= (0, A - c_L), \\ \left(q_1^{**}(c_L, c_H), q_2^{**}(c_L, c_H) \right) &= \left(\frac{A - c_L}{2}, 0 \right). \end{aligned}$$

Es fácil verificar que $q_1^{**}(c_1, c_2) = q_1^*(q_2^{**}(c_1, c_2); c_1, c_2)$ y que $q_2^{**}(c_1, c_2) = q_2^*(q_1^{**}(c_1, c_2); c_1, c_2)$ para cada $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$. Además, el perfil de niveles de producción $(q_1^{**}(c_1, c_2), q_2^{**}(c_1, c_2))$ constituye el único equilibrio (de Nash en estrategias puras) del mercado de bienes finales, dados $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$.

Sean $v_1(c_1, c_2)$ y $v_2(c_1, c_2)$ los pagos de equilibrio (en el mercado de bienes) de las empresas θ_1 y θ_2 , respectivamente, cuando el costo marginal de la empresa θ_1 es $c_1 \in \{c_H, c_L\}$ y el de la empresa θ_2 es $c_2 \in \{c_H, c_L\}$. Entonces,

$$v_1(c_1, c_2) = \pi_1(q_1^{**}(c_1, c_2), q_2^{**}(c_1, c_2); c_1)$$

y

$$v_2(c_1, c_2) = W(q_1^{**}(c_1, c_2), q_2^{**}(c_1, c_2); c_1, c_2)$$

para cualesquiera $c_1, c_2 \in \{c_H, c_L\}$. Observe que

$$v_1(c_L, c_L) = 0,$$

$$v_1(c_H, c_H) = 0,$$

$$v_1(c_H, c_L) = 0,$$

$$v_1(c_L, c_H) = \frac{(A - c_L)^2}{4},$$

$$v_2(c_L, c_L) = \frac{(A - c_L)^2}{2},$$

$$v_2(c_H, c_H) = \frac{(A - c_H)^2}{2},$$

$$v_2(c_H, c_L) = \frac{(A - c_L)^2}{2},$$

$$v_2(c_L, c_H) = \frac{3(A - c_L)^2}{8}.$$

De estos pagos, resulta evidente que, en el mercado laboral, la utilidad esperada de cada empresa dependerá no sólo del contrato que firme con su gerente sino también del contrato que firme su rival. Suponga, por ejemplo, que la empresa θ_1 firma el contrato $c_{\theta_1} = (e_1, w_1, b_1)$ y que la empresa θ_2 firma el contrato $c_{\theta_2} =$

(e_2, w_2, b_2) . En este caso,

$$\begin{aligned} V_1^*(c_{\theta_1}, c_{\theta_2}) &:= e_1 [e_2 v_1(c_L, c_L) + (1 - e_2) v_1(c_L, c_H)] \\ &\quad + (1 - e_1) [e_2 v_1(c_H, c_L) + (1 - e_2) v_1(c_H, c_H)] \\ &\quad - w_1 - e_1 b_1 \end{aligned}$$

será la utilidad esperada de la empresa θ_1 correspondiente al contrato c_{θ_1} , dado c_{θ_2} . Análogamente,

$$\begin{aligned} V_2^*(c_{\theta_1}, c_{\theta_2}) &:= e_2 [e_1 v_2(c_L, c_L) + (1 - e_1) v_2(c_H, c_L)] \\ &\quad + (1 - e_2) [e_1 v_2(c_L, c_H) + (1 - e_1) v_2(c_H, c_H)] \\ &\quad - w_2 - e_2 b_2 \end{aligned}$$

será la utilidad esperada de la empresa θ_2 correspondiente al contrato c_{θ_2} , dado c_{θ_1} . Note que e_1 y e_2 afectan directamente las utilidades esperadas de ambas empresas. Es decir, el esfuerzo ejercido por cada gerente genera una externalidad sobre el rival de su empleador. Estas externalidades hacen necesario reexaminar la noción de estabilidad.

4.1 Estabilidad en presencia de externalidades

Sea ξ el nuevo mercado laboral (con externalidades). En esta sección, se presenta cómo debe alterarse la Definición 4 a causa de la presencia de externalidades en ξ . Para ello, es necesario introducir primero lo siguiente.

Defina $M := \{\mu : \Theta \cup \mathcal{M} \rightarrow \Theta \cup \mathcal{M} \mid \mu \text{ es un } \textit{matching} \text{ en } \xi\}$.

Para que $\mu \in M$, de nuevo se requiere que μ sea una biyección y que satisfaga las condiciones expuestas en la Definición 2. Ahora, para cualesquiera $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$, sea

$$M(\theta_i, m_j) := \{\mu \in M \mid \mu(\theta_i) = m_j\}$$

el conjunto de todos los *matchings* en ξ que emparejan a la empresa θ_i con el gerente m_j .

¿En qué difiere un problema de *matching* sin externalidades en relación con uno que sí presenta externalidades? Fije $\theta_i \in \Theta$ y $m_j \in \mathcal{M}$. Note que, en el mercado \mathcal{E} , el excedente máximo que puede generar la pareja empresa-gerente (θ_i, m_j) es independiente de los contratos que firman los demás agentes y está dado por $S(\theta_i, m_j) := \max \{V_i(c) + U_j(c) \mid c \in \Omega_{ij}\}$. En cambio, en el mercado ξ , este excedente depende del contrato que firma el rival

de θ_i debido a que la utilidad esperada de θ_i depende también de este contrato.

Sea $m_j \in \mathcal{M}$ y sea $\mu \in M(\theta_1, m_j)$. Si $\mu(\theta_2) = \theta_2$, entonces

$$S^*(\theta_1, m_j | \mu) := \max \{V_1^*(c, c^{nulo}) + U_j(c) \mid c \in \Omega_{1j}\}$$

es el excedente máximo que puede generar la pareja (θ_1, m_j) , dado μ . Ahora, suponga que $\mu(\theta_2) = m_k$, donde $m_k \neq m_j$. Sean $c_{\theta_1}^*$ y $c_{\theta_2}^*$ contratos tales que

$$(7) \quad c_{\theta_1}^* \in \arg \max_{c \in \Omega_{1j}} \{V_1^*(c, c_{\theta_2}^*) + U_j(c)\}$$

y

$$(8) \quad c_{\theta_2}^* \in \arg \max_{c \in \Omega_{2k}} \{V_2^*(c_{\theta_1}^*, c) + U_k(c)\}.$$

En este caso,

$$S^*(\theta_1, m_j | \mu) := V_1^*(c_{\theta_1}^*, c_{\theta_2}^*) + U_j(c_{\theta_1}^*)$$

es el excedente máximo que puede generar la pareja (θ_1, m_j) , dado μ . Observe que, si ambas empresas están emparejadas, se

asume que ambas parejas maximizan sus respectivos excedentes y se toma en cuenta esta doble maximización en la definición de $S^*(\theta_1, m_j | \mu)$. En resumen, para cualquier $\mu \in M(\theta_1, m_j)$ se tiene

$$S^*(\theta_1, m_j | \mu) := \begin{cases} \max \{V_1^*(c, c^{nulo}) + U_j(c) \mid c \in \Omega_{1j}\} & \text{si } \mu(\theta_2) = \theta_2, \\ V_1^*(c_{\theta_1}^*, c_{\theta_2}^*) + U_j(c_{\theta_1}^*) & \text{si } \mu(\theta_2) \neq \theta_2, \end{cases}$$

donde $c_{\theta_1}^*$ y $c_{\theta_2}^*$ satisfacen (7) y (8). Análogamente, para cualquier $\mu \in M(\theta_2, m_j)$, se define el excedente máximo que puede generar la pareja (θ_2, m_j) , dado μ , como

$$S^*(\theta_2, m_j | \mu) := \begin{cases} \max \{V_2^*(c^{nulo}, c) + U_j(c) \mid c \in \Omega_{2j}\} & \text{si } \mu(\theta_1) = \theta_1, \\ V_2^*(c_{\theta_1}^*, c_{\theta_2}^*) + U_j(c_{\theta_2}^*) & \text{si } \mu(\theta_1) \neq \theta_1, \end{cases}$$

donde

$$c_{\theta_1}^* \in \arg \max_{c \in \Omega_{1k}} \{V_1^*(c, c_{\theta_2}^*) + U_k(c)\},$$

$$c_{\theta_2}^* \in \arg \max_{c \in \Omega_{2j}} \{V_2^*(c_{\theta_1}^*, c) + U_j(c)\}$$

y $m_k \in \mathcal{M}$ tal que $m_k \neq m_j$.

Finalmente, es posible presentar la noción de estabilidad que caracteriza a los equilibrios de ξ .

Definición 6. Una asignación (μ, \mathcal{C}) es una asignación de equilibrio para el mercado ξ si:

- (a) $V_i(c_{\theta_i}) \geq V_i(c^{nulo})$ y $U_j(c_{m_j}) \geq U_j(c^{nulo})$ para toda $\theta_i \in \Theta$ y todo $m_j \in \mathcal{M}$,
- (b) no existe una pareja empresa-gerente $(\theta_i, m_j) \in \Theta \times \mathcal{M}$ tal que $S^*(\theta_i, m_j | \mu) > V_i^*(c_{\theta_1}, c_{\theta_2}) + U_j(c_{m_j})$ para todo $\mu \in M(\theta_i, m_j)$.

Primero, note que la Definición 6 y la Definición 4 son equivalentes en ausencia de externalidades. En segundo lugar, observe que la condición (b) podría reescribirse como:

- (b') no existe una pareja empresa-gerente $(\theta_i, m_j) \in \Theta \times \mathcal{M}$ tal que $\min \{S^*(\theta_i, m_j | \mu) \mid \mu \in M(\theta_i, m_j)\} > V_i^*(c_{\theta_1}, c_{\theta_2}) + U_j(c_{m_j})$.

La condición (a), igual que en la Definición 4, establece que las asignaciones de equilibrio deben estar libres de objeciones individuales. Por su parte, la condición (b) de nuevo exige que

ninguna pareja empresa-gerente pueda bloquear las asignaciones de equilibrio. La diferencia entre la condición (b) de la Definición 4 y la de la Definición 6 radica en las consecuencias de un bloqueo. En el mercado \mathcal{E} , si una empresa y un gerente deciden desviarse de lo estipulado en una asignación, los únicos afectados son ellos mismos. Además, la empresa y el gerente son inmunes ante cualquier acción que tomen los demás agentes en respuesta a su desviación. En cambio, en el mercado ξ , las utilidades esperadas de las empresas están estrechamente vinculadas. Por lo tanto, al momento de explorar la posibilidad de bloquear una asignación, cualquier pareja empresa-gerente debe tomar en cuenta cómo afectaría su bloqueo a los demás participantes en el mercado y cómo podrían responder ante el bloqueo. La condición (b') estipula que las parejas deben centrar su análisis de los beneficios netos potenciales de cualquier bloqueo en el peor escenario concebible: deben ser "pesimistas" en términos de su pronóstico acerca de cómo reaccionarán los demás agentes ante su bloqueo.

4.2 Asignaciones de equilibrio

En este capítulo, no se demostrará la existencia de asignaciones de equilibrio para el mercado ξ . El lector interesado en esta cuestión puede consultar Sasaki y Toda (1996, p. 105).

Antes de presentar el resultado central de este capítulo, es necesario hacer el siguiente supuesto.

SUPUESTO 3. $v_2(c_H, c_L) - v_2(c_H, c_H) < m_1$.

Este supuesto cumple la misma función que el Supuesto 1 y tiene la misma interpretación. El lado izquierdo de la desigualdad mide el “beneficio” extra que obtiene la empresa θ_2 cuando su gerente logra reducir su costo marginal a c_L y el costo marginal de su rival es c_H . Es fácil verificar que $v_1(c_L, c_H) - v_1(c_H, c_H) < v_2(c_H, c_L) - v_2(c_H, c_H)$. En consecuencia, el Supuesto 3 induce soluciones interiores para los esfuerzos óptimos de los gerentes ya que motivar el nivel máximo de esfuerzo resulta demasiado caro para las empresas.

Con el siguiente resultado, se concluye este capítulo. El primer y único resultado de esta sección evidencia cómo la competencia imperfecta en el mercado de bienes finales puede alterar los resultados presentados en el capítulo anterior.

Proposición 4. *Para cualquier $m_1 \in \mathbb{R}$ que satisfaga el Supuesto 3, existe un $\alpha(m_1) \in (0, \infty)$ tal que, si $m_2 - m_1 \geq \alpha(m_1)$, entonces existe una asignación de equilibrio para ξ en la que la empresa θ_2 contrata al gerente menos talentoso y la empresa θ_1 contrata al gerente más talentoso.*

Demostración. Vea el apéndice. □

Note que esta proposición representa una reversión de la Proposición 2 (tomando en cuenta que, en el mercado \mathcal{E} , ningún gerente queda desempleado en equilibrio de acuerdo con el Lema 2). Si los gerentes son “demasiado heterogéneos”, es posible encontrar una asignación de equilibrio para ξ con un *matching* creciente: $\mu(m) \in \Theta$ crece conforme $m \in \mathcal{M}$ aumenta. ¿Qué explica este resultado? Si el costo marginal de la empresa θ_2 baja de c_H a c_L , se tiene $v_1(c_1, c_L) - v_1(c_1, c_H) \leq 0$ para todo $c_1 \in \{c_L, c_H\}$. En cambio, si el costo marginal de la empresa θ_1 baja de c_H a c_L , observe que $v_2(c_L, c_2) - v_2(c_H, c_2) \geq 0$ para todo $c_2 \in \{c_L, c_H\}$. Por lo tanto, en cualquier asignación de equilibrio para ξ , el éxito del gerente contratado por la empresa θ_1 beneficia a la empresa θ_2 . ¿Cuándo es esta externalidad positiva suficiente para que la empresa θ_2 le ceda el gerente más talentoso a la empresa θ_1 ? En

la demostración de la Proposición 4, se puede ver que, si la diferencia $m_2 - m_1$ es suficientemente alta (es decir, si los gerentes son demasiado heterogéneos), entonces la empresa θ_2 maximiza su utilidad esperada cediendo el gerente más talentoso a la empresa θ_1 .

5 Conclusiones

Esta investigación examina cómo los objetivos y entornos de operación de las empresas pueden afectar su desempeño en los mercados laborales. En concreto, se evalúan las asignaciones de equilibrio que surgen en un mercado laboral compuesto por empresas que difieren en el peso que le otorgan al bienestar social dentro de sus objetivos de producción y por gerentes que difieren en su talento para reducir los costos marginales de producción de las empresas. Cuando las empresas operan en mercados separados de bienes finales, existe un único *matching* de equilibrio entre empresas y gerentes: el gerente más talentoso es contratado por la empresa más socialmente responsable. Adicionalmente, las compensaciones de los gerentes son crecientes con respecto a su talento. Cuando las empresas operan en un mismo mercado imperfectamente competitivo de bienes finales, el esfuerzo ejercido por cada gerente impone externalidades sobre el rival de su empleador. Si los gerentes son suficientemente heterogéneos con respecto a su talento, la presencia de externalidades en el mercado laboral hace posible una reversión del *matching* de equilibrio que se observa cuando las empresas operan en mercados separados: en este caso,

el gerente más talentoso es contratado por la empresa menos socialmente responsable.

El análisis presentado en este trabajo puede generalizarse en dos aspectos importantes. En primer lugar, el número de empresas y gerentes en los mercados laborales puede incrementarse (arbitrariamente). En segundo lugar, pueden considerarse objetivos y entornos de operación más complejos para las empresas: por ejemplo, incorporar preocupaciones ambientales, éticas o políticas dentro de sus decisiones de producción. Estas cuestiones se dejan para investigaciones futuras.

Apéndice

Demostración del Lema 1. Fije $\theta_i \in \Theta$ and $m_j \in \mathcal{M}$. Primero, se calcula el nivel óptimo de esfuerzo para el gerente m_j correspondiente a cualquier salario fijo w y cualquier bono b . Permita que $e_j(w, b)$ denote este esfuerzo óptimo. Note que $\frac{\partial U_j}{\partial e}(e, w, b) \geq 0$ para todo $e \in [0, 1]$ cuando $b \geq m_j$, $\frac{\partial U_j}{\partial e}(e, w, b) \leq 0$ para todo $e \in [0, 1]$ cuando $b \leq 0$ y $\frac{b}{m_j} \in (0, 1)$ satisface $\frac{\partial U_j}{\partial e}(\frac{b}{m_j}, w, b) = 0$ cuando $b \in (0, m_j)$. Entonces,

$$e_j(w, b) = \begin{cases} 0 & \text{si } b \leq 0, \\ \frac{b}{m_j} & \text{si } b \in (0, m_j), \\ 1 & \text{si } b \geq m_j. \end{cases}$$

Dada cualquier $\bar{U}_j \geq 0$, es necesario encontrar el contrato (e, w, b) que maximiza V_i sujeto a (CI), (RL_H) , (RL_L) y (P). En lo que sigue, asuma temporalmente que $e_j(w, b) = \frac{b}{m_j}$ para todo $(w, b) \in \mathbb{R}^2$. Considere el siguiente Lagrangiano:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(w, b; \mu, \lambda) &:= V_i(e_j(w, b), w, b) + \mu(w + b) \\ &\quad + \lambda \left(U_j(e_j(w, b), w, b) - \bar{U}_j \right) \end{aligned}$$

para cualesquiera $w, \mu, \lambda \in [0, \infty)$ y cualquier $b \in \mathbb{R}$. Las condiciones de primer orden (y suficientes ya que V_i es cóncava) del problema de maximización que es necesario resolver están dadas por

$$w: \quad -1 + \mu + \lambda \leq 0, \quad w \geq 0, \quad w(-1 + \mu + \lambda) = 0;$$

$$b: \quad \left(\frac{\lambda-2}{m_j}\right)b + \mu + \frac{\Delta(\theta_i)}{m_j} = 0;$$

$$\mu: \quad w + b \geq 0, \quad \mu \geq 0, \quad \mu(w + b) = 0;$$

$$\lambda: \quad w + \frac{b^2}{2m_j} - \bar{U}_j \geq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda\left(w + \frac{b^2}{2m_j} - \bar{U}_j\right) = 0.$$

Para simplificar el análisis de este sistema de desigualdades, considere los siguientes casos.

Caso 1: $w = \mu = \lambda = 0$. Note que (w :) se cumple dado que $-1 + \mu + \lambda = -1 < 0$ y $w = 0$. De (b :), se tiene $b = \frac{\Delta(\theta_i)}{2}$ y esto es consistente con suponer una solución interior para el esfuerzo óptimo del gerente. Además, $b = \frac{\Delta(\theta_i)}{2} > 0$ y $\mu = 0$, así que (μ :) se satisface. Finalmente, observe que $w + \frac{b^2}{2m_j} - \bar{U}_j = \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j} - \bar{U}_j$. Entonces, si $\bar{U}_j \leq \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}$, (λ :) se satisface.

Caso 2: $\mu > 0, w = \lambda = 0$. De (μ :), se tiene $b = 0$. Entonces, (b :) implica $\mu = -\frac{\Delta(\theta_i)}{m_j} < 0$ y esto contradice (μ :).

Caso 3: $\mu, \lambda > 0, w = 0$. De nuevo, $(\mu:)$ implica $b = 0$ y $(b:)$ implica $\mu = -\frac{\Delta(\theta_i)}{m_j} < 0$. Esto contradice $(\mu:)$.

Caso 4: $\lambda > 0, w = \mu = 0$. Note que $(\lambda:)$ implica $|b| = \sqrt{2m_j\bar{U}_j}$. De $(\mu:)$, se tiene $b \geq 0$. Entonces, $b = \sqrt{2m_j\bar{U}_j}$. Observe que $(b:)$ requiere $b > 0$ y $\lambda = 2 - \frac{\Delta(\theta_i)}{b}$. Ya que $(w:)$ implica $\lambda \leq 1$ y se asume $\lambda > 0$, se requiere $0 < 2 - \frac{\Delta(\theta_i)}{b} \leq 1$. Esto es posible si y sólo si $\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j} < \bar{U}_j \leq \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}$. Así, $b = \sqrt{2m_j\bar{U}_j}$ induce una solución interior para el esfuerzo óptimo del gerente.

Caso 5: $w > 0, \mu = \lambda = 0$. De $(w:)$, se tiene $w(-1 + \mu + \lambda) = -w = 0$ y esto es imposible dado que $w > 0$.

Caso 6: $w, \mu > 0, \lambda = 0$. Observe que $(\mu:)$ requiere $w = -b$. Además, $(w:)$ implica $\mu = 1$. Así, $(b:)$ requiere $b = \frac{\Delta(\theta_i) + m_j}{2}$ y esto implica $w = -\frac{\Delta(\theta_i) + m_j}{2} < 0$. Note que esto contradice $(w:)$.

Caso 7: $w, \lambda > 0, \mu = 0$. De $(w:)$, se tiene $\lambda = 1$. Entonces, $(b:)$ implica $b = \Delta(\theta_i)$ y esto induce una solución interior para el esfuerzo óptimo del gerente. Ahora, $(\lambda:)$ requiere $w = \bar{U}_j - \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}$. Ya que $w > 0$, se debe tener $\bar{U}_j > \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}$. En este caso, note que $w + b > 0$. Así, $(\mu:)$ se satisface.

Caso 8: $w, \mu, \lambda > 0$. Note que $(w:)$ implica $\mu = 1 - \lambda$. Dado que $\mu, \lambda > 0$, se debe tener $\lambda \in (0, 1)$. De $(b:)$, se obtiene $b =$

$\frac{(1-\lambda)m_j + \Delta(\theta_i)}{2-\lambda} > 0$. Finalmente, (μ :) requiere $w = -b < 0$ y esto contradice (w :).

En resumen, los **casos** (en particular, los **casos 1, 4 y 7**) generan los siguientes contratos “óptimos”:

$$(e, w, b) = \begin{cases} \left(\frac{\Delta(\theta_i)}{2m_j}, 0, \frac{\Delta(\theta_i)}{2} \right) & \text{cuando } 0 \leq \bar{U}_j \leq \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}, \\ \left(\frac{\sqrt{2m_j\bar{U}_j}}{m_j}, 0, \sqrt{2m_j\bar{U}_j} \right) & \text{cuando } \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j} < \bar{U}_j \leq \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}, \\ \left(\frac{\Delta(\theta_i)}{m_j}, \bar{U}_j - \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}, \Delta(\theta_i) \right) & \text{cuando } \bar{U}_j > \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}. \end{cases}$$

Resulta importante resaltar que estos contratos satisfacen (CI). Sin embargo, ahora es necesario examinar si satisfacen la restricción de racionalidad individual de la empresa θ_i .

En primer lugar, suponga que $0 \leq \bar{U}_j \leq \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}$ y observe que

$$\begin{aligned} V_i \left(\frac{\Delta(\theta_i)}{2m_j}, 0, \frac{\Delta(\theta_i)}{2} \right) &= \frac{\Delta(\theta_i)^2}{4m_j} + v(c_H, \theta_i) \\ &> v(c_H, \theta_i). \end{aligned}$$

Con $\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j} < \bar{U}_j \leq \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}$, se tiene

$$\begin{aligned} V_i \left(\frac{\sqrt{2m_j \bar{U}_j}}{m_j}, 0, \sqrt{2m_j \bar{U}_j} \right) \\ &= \frac{\Delta(\theta_i) \sqrt{2m_j \bar{U}_j} - 2m_j \bar{U}_j}{m_j} + v(c_H, \theta_i) \\ &\geq v(c_H, \theta_i). \end{aligned}$$

Finalmente, para $\bar{U}_j > \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}$, note que

$$\begin{aligned} V_i \left(\frac{\Delta(\theta_i)}{m_j}, \bar{U}_j - \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}, \Delta(\theta_i) \right) &= \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j} - \bar{U}_j + v(c_H, \theta_i) \\ &< v(c_H, \theta_i). \end{aligned}$$

En este caso, garantizar la participación del gerente es demasiado caro para la empresa. Así, no hay un contrato factible que satisfaga (P) y la restricción de racionalidad individual de θ_i .

En conclusión, existe un único contrato óptimo $c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)$ para cada $\bar{U}_j \geq 0$. Observe que $\sqrt{2m_j \bar{U}_j} = \Delta(\theta_i)$ cuando $\bar{U}_j =$

$\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}$. Por lo tanto,

$$c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j) := \begin{cases} \left(\frac{\Delta(\theta_i)}{2m_j}, 0, \frac{\Delta(\theta_i)}{2} \right) & \text{si } \bar{U}_j \in \left[0, \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j} \right), \\ \left(\frac{\sqrt{2m_j\bar{U}_j}}{m_j}, 0, \sqrt{2m_j\bar{U}_j} \right) & \text{si } \bar{U}_j \in \left[\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}, \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j} \right], \\ (0, 0, 0) & \text{si } \bar{U}_j \in \left(\frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j}, \infty \right). \end{cases}$$

Note que $U_j(c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)) = \bar{U}_j$ sólo si $\bar{U}_j \in \left[\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}, \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j} \right]$.

Adicionalmente, el nivel óptimo de esfuerzo y el bono especificados en $c^*(\theta_i, m_j, \bar{U}_j)$ son independientes de \bar{U}_j cuando $\bar{U}_j \in \left(0, \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j} \right)$ y son estrictamente crecientes con respecto a \bar{U}_j si $\bar{U}_j \in \left[\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j}, \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_j} \right]$. \square

Demostración del Lema 2. Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . Suponga que $\mu(m_j) = m_j$ para algún $m_j \in \mathcal{M}$. Sea $\theta_i \in \Theta$ la empresa que satisface $\mu(\theta_i) = \theta_i$ (recuerde que los gerentes sólo pueden trabajar para una empresa). La compatibilidad de \mathcal{C} con μ implica que $c_{\theta_i} = c_{m_j} = c^{nulo}$. Sea $c := \left(\frac{\Delta(\theta_i)}{2m_j}, 0, \frac{\Delta(\theta_i)}{2} \right)$. Por la demostración del Lema 1, se sabe que $c \in \Omega_{ij}$. Además, se tiene $V_i(c) = \frac{\Delta(\theta_i)^2}{4m_j} + v(c_H, \theta_i) > V_i(c^{nulo})$

y $U_j(c) = \frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_j} > U_j(c^{multo})$. Esto contradice la estabilidad de (μ, \mathcal{C}) . Por lo tanto, se debe concluir que $\mu(m_j) \neq m_j$ para todo $m_j \in \mathcal{M}$. \square

Demostración del Lema 3. Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . Asuma que $\mu(m_j) = \theta_i$ para algún $m_j \in \mathcal{M}$ y alguna $\theta_i \in \Theta$. La compatibilidad de \mathcal{C} con μ implica que $c_{\theta_i} = c_{m_j} = c(\theta_i, m_j) \in \Omega_{ij}$. Así,

$$V_i(c(\theta_i, m_j)) \leq \max_{c \in \Omega_{ij}} \{V_i(c) \mid U_j(c) \geq U_j(c(\theta_i, m_j))\}$$

y

$$U_j(c(\theta_i, m_j)) \leq \max_{c \in \Omega_{ij}} \{U_j(c) \mid V_i(c) \geq V_i(c(\theta_i, m_j))\}.$$

Suponga que

$$V_i(c(\theta_i, m_j)) < \max_{c \in \Omega_{ij}} \{V_i(c) \mid U_j(c) \geq U_j(c(\theta_i, m_j))\}.$$

Entonces, existe un contrato $c' := (e', w', b') \in \Omega_{ij}$ tal que $V_i(c') >$

$V_i(c(\theta_i, m_j))$ y $U_j(c') \geq U_j(c(\theta_i, m_j))$. Sea

$$\delta := \frac{1}{2}[V_i(c') - V_i(c(\theta_i, m_j))].$$

Observe que el contrato $c'' := (e', w' + \delta, b')$ satisface (RL_H) y (RL_L) ya que $w' + \delta > w' \geq 0$ y $w' + \delta + b' > w' + b' \geq 0$.

Además, note que

$$\arg \max_{e \in [0,1]} \{w' + \delta + eb' - m_j \psi(e)\} = \arg \max_{e \in [0,1]} \{w' + eb' - m_j \psi(e)\}.$$

Esto implica que c'' satisface (CI) . Así, $c'' \in \Omega_{ij}$. Finalmente, observe que

$$\begin{aligned} V_i(c'') &= V_i(c') - \delta \\ &= V_i(c(\theta_i, m_j)) + \delta \\ &> V_i(c(\theta_i, m_j)) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} U_j(c'') &= U_j(c') + \delta \\ &\geq U_j(c(\theta_i, m_j)) + \delta \\ &> U_j(c(\theta_i, m_j)). \end{aligned}$$

Esto contradice la estabilidad de (μ, \mathcal{C}) . Por lo tanto, se debe concluir que

$$V_i(c(\theta_i, m_j)) = \max_{c \in \Omega_{ij}} \{V_i(c) \mid U_j(c) \geq U_j(c(\theta_i, m_j))\}.$$

Un argumento análogo puede construirse para mostrar que

$$U_j(c(\theta_i, m_j)) = \max_{c \in \Omega_{ij}} \{U_j(c) \mid V_i(c) \geq V_i(c(\theta_i, m_j))\}.$$

Dado que $V^*(\theta_i) = V_i(c(\theta_i, m_j))$ y $U^*(m_j) = U_j(c(\theta_i, m_j))$ por definición, el Lema 3 queda demostrado. \square

Demostración del Lema 4. Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . Del Lema 2, se sabe que $\mu(m_j) \neq m_j$ para todo $m_j \in \mathcal{M}$. Sean $\theta_h := \mu(m_1)$ y $\theta_i := \mu(m_2)$. Por el Lema 3, se tiene $V^*(\theta_h) = \phi(\theta_h, m_1, U^*(m_1))$, $V^*(\theta_i) = \phi(\theta_i, m_2, U^*(m_2))$,

$$U^*(m_1) = \Phi(\theta_h, m_1, V^*(\theta_h)) \text{ y } U^*(m_2) = \Phi(\theta_i, m_2, V^*(\theta_i)).$$

Suponga que $\phi(\theta_h, m_1, U^*(m_1)) < \phi(\theta_h, m_2, U^*(m_2))$. Sea $\delta := \frac{1}{2}[\phi(\theta_h, m_2, U^*(m_2)) - \phi(\theta_h, m_1, U^*(m_1))]$ y sea

$$c' := (e', w', b') \in \arg \max_{c \in \Omega_{h2}} \{V_h(c) \mid U_2(c) \geq U^*(m_2)\}.$$

Note que $c'' := (e', w' + \delta, b') \in \Omega_{h2}$ ya que: (i) $w' + \delta > w' \geq 0$, (ii) $w' + \delta + b' > w' + b' \geq 0$ y (iii)

$$\arg \max_{e \in [0,1]} \{w' + \delta + eb' - m_j \psi(e)\} = \arg \max_{e \in [0,1]} \{w' + eb' - m_j \psi(e)\}.$$

Además, observe que

$$\begin{aligned} V_h(c'') &= V_h(c') - \delta \\ &= \phi(\theta_h, m_2, U^*(m_2)) - \delta \\ &= \phi(\theta_h, m_1, U^*(m_1)) + \delta \\ &> V^*(\theta_h) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}U_2(c'') &= U_2(c') + \delta \\ &\geq U^*(m_2) + \delta \\ &> U^*(m_2).\end{aligned}$$

Esto contradice la estabilidad de (μ, \mathcal{C}) . Por lo tanto, se debe concluir que

$$\phi(\theta_h, m_1, U^*(m_1)) \geq \phi(\theta_h, m_2, U^*(m_2)).$$

Argumentos similares generan las siguientes desigualdades:

$$\phi(\theta_i, m_2, U^*(m_2)) \geq \phi(\theta_i, m_1, U^*(m_1)),$$

$$\Phi(\theta_h, m_1, V^*(\theta_h)) \geq \Phi(\theta_i, m_1, V^*(\theta_i))$$

y

$$\Phi(\theta_i, m_2, V^*(\theta_i)) \geq \Phi(\theta_h, m_2, V^*(\theta_h)).$$

Por lo tanto,

$$V^*(\theta) = \max_{m \in \mathcal{M}} \phi(\theta, m, U^*(m))$$

y

$$U^*(m) = \max_{\theta \in \Theta} \Phi(\theta, m, V^*(\theta))$$

para toda $\theta \in \Theta$ y todo $m \in \mathcal{M}$. □

Demostración de la Proposición 1. Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . Por el Lema 2, se tiene $\mu(m_j) \neq m_j$ para todo $m_j \in \mathcal{M}$.

Suponga que $U^*(m_1) \leq U^*(m_2)$. Sean $\theta_h := \mu(m_1)$ y $\theta_i := \mu(m_2)$. Del Lema 3, el Lema 4, la compatibilidad de \mathcal{C} con μ y la demostración del Lema 1, se sabe que $c_{\theta_i} = c_{m_2} = c(\theta_i, m_2) := \left(\frac{\sqrt{2m_2 U^*(m_2)}}{m_2}, 0, \sqrt{2m_2 U^*(m_2)} \right)$ y $U^*(m_2) \in \left[\frac{\Delta(\theta_i)^2}{8m_2}, \frac{\Delta(\theta_i)^2}{2m_2} \right]$. Observe que $2m_1 U^*(m_2) < 2m_2 U^*(m_2) \leq \Delta(\theta_i)^2$. Entonces, $\sqrt{2m_1 U^*(m_2)} < m_1$ ya que $\Delta(\theta_i)^2 < (m_1)^2$ por el Supuesto 1. Esto implica que

$$\frac{\sqrt{2m_1 U^*(m_2)}}{m_1} \in \arg \max_{e \in [0,1]} \left\{ e \sqrt{2m_1 U^*(m_2)} - m_1 \psi(e) \right\}$$

de acuerdo con la demostración del Lema 1. Así,

$$c' := \left(\frac{\sqrt{2m_1 U^*(m_2)}}{m_1}, 0, \sqrt{2m_1 U^*(m_2)} \right) \in \Omega_{i1}.$$

Note que

$$\begin{aligned}
 V_i(c') &= \frac{\Delta(\theta_i)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_1}} - 2U^*(m_2) + v(c_H, \theta_i) \\
 &> \frac{\Delta(\theta_i)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} - 2U^*(m_2) + v(c_H, \theta_i) \\
 &= V^*(\theta_i).
 \end{aligned}$$

Sean $\delta := \frac{1}{2}[V_i(c') - V^*(\theta_i)]$ y

$$c'' := \left(\frac{\sqrt{2m_1U^*(m_2)}}{m_1}, \delta, \sqrt{2m_1U^*(m_2)} \right).$$

Debido a que

$$\begin{aligned}
 \arg \max_{e \in [0,1]} \left\{ \delta + e\sqrt{2m_1U^*(m_2)} - m_1\psi(e) \right\} &= \\
 \arg \max_{e \in [0,1]} \left\{ e\sqrt{2m_1U^*(m_2)} - m_1\psi(e) \right\}, &
 \end{aligned}$$

c'' satisface (CI). En consecuencia, $c'' \in \Omega_{i1}$. Además, se tiene

$$\begin{aligned}
 V_i(c'') &= V_i(c') - \delta \\
 &= V^*(\theta_i) + \delta \\
 &> V^*(\theta_i)
 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} U_1(c'') &= U_1(c') + \delta \\ &= U^*(m_2) + \delta \\ &\geq U^*(m_1) + \delta \\ &> U^*(m_1). \end{aligned}$$

Esto contradice la estabilidad de (μ, \mathcal{C}) . Por lo tanto, se debe concluir que $U^*(m_1) > U^*(m_2)$.

Ahora, suponga que $V^*(\theta_1) \geq V^*(\theta_2)$. Sean $m_j := \mu(\theta_1)$ y $m_k := \mu(\theta_2)$. De nuevo, del Lema 3, el Lema 4, la compatibilidad de \mathcal{C} con μ y la demostración del Lema 1, se sabe que $c_{\theta_1} = c_{m_j} = c(\theta_1, m_j) := \left(\frac{\sqrt{2m_j U^*(m_j)}}{m_j}, 0, \sqrt{2m_j U^*(m_j)} \right)$ y

$U^*(m_j) \in \left[\frac{\Delta(\theta_1)^2}{8m_j}, \frac{\Delta(\theta_1)^2}{2m_j} \right]$. Note que

$$\begin{aligned}
V_2(c(\theta_1, m_j)) &= \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_j)}}{\sqrt{m_j}} - 2U^*(m_j) + v(c_H, \theta_2) \\
&> \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_j)}}{\sqrt{m_j}} - 2U^*(m_j) + v(c_H, \theta_2) \\
&> \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_j)}}{\sqrt{m_j}} - 2U^*(m_j) + v(c_H, \theta_1) \\
&= V^*(\theta_1) \\
&\geq V^*(\theta_2).
\end{aligned}$$

Sean $\varepsilon := \frac{1}{2} [V_2(c(\theta_1, m_j)) - V^*(\theta_2)]$ y

$$\tilde{c} := \left(\frac{\sqrt{2m_j U^*(m_j)}}{m_j}, \varepsilon, \sqrt{2m_j U^*(m_j)} \right).$$

Es claro que $\tilde{c} \in \Omega_{2j}$ ya que

$$\begin{aligned}
\arg \max_{e \in [0,1]} \left\{ \varepsilon + e\sqrt{2m_j U^*(m_j)} - m_j \psi(e) \right\} &= \\
\arg \max_{e \in [0,1]} \left\{ e\sqrt{2m_j U^*(m_j)} - m_j \psi(e) \right\}. &
\end{aligned}$$

Observe que

$$\begin{aligned}V_2(\tilde{c}) &= V_2(c(\theta_1, m_j)) - \varepsilon \\ &= V^*(\theta_2) + \varepsilon \\ &> V^*(\theta_2)\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}U_j(\tilde{c}) &= U_j(c(\theta_1, m_j)) + \varepsilon \\ &= U^*(m_j) + \varepsilon \\ &> U^*(m_j).\end{aligned}$$

Esto contradice la estabilidad de (μ, \mathcal{C}) . Por lo tanto, se debe concluir que $V^*(\theta_1) < V^*(\theta_2)$. □

Demostración de la Proposición 2. Sea (μ, \mathcal{C}) una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . Suponga que $\theta_1 = \mu(m_1)$ y $\theta_2 = \mu(m_2)$. Del

Lema 3, el Lema 4 y la demostración del Lema 1, se sabe que

$$\begin{aligned} V^*(\theta_1) &= \phi(\theta_1, m_1, U^*(m_1)) \\ &= \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - 2U^*(m_1) + v(c_H, \theta_1) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} V^*(\theta_2) &= \phi(\theta_2, m_2, U^*(m_2)) \\ &= \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} - 2U^*(m_2) + v(c_H, \theta_2). \end{aligned}$$

Dado que $U^*(m_1) > U^*(m_2)$ por la Proposición 1, note que $\sqrt{2m_2U^*(m_1)} > \sqrt{2m_1U^*(m_2)}$. Entonces,

$$\begin{aligned} &\frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} \\ &= \Delta(\theta_2) \left[\frac{\sqrt{2m_2U^*(m_1)} - \sqrt{2m_1U^*(m_2)}}{\sqrt{m_1m_2}} \right] \\ &> \Delta(\theta_1) \left[\frac{\sqrt{2m_2U^*(m_1)} - \sqrt{2m_1U^*(m_2)}}{\sqrt{m_1m_2}} \right] \\ &= \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}}. \end{aligned}$$

De la demostración del Lema 1, se obtienen las siguientes desi-

gualdades:

$$\phi(\theta_1, m_2, U^*(m_2)) \geq \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} - 2U^*(m_2) + v(c_H, \theta_1)$$

y

$$\phi(\theta_2, m_1, U^*(m_1)) \geq \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - 2U^*(m_1) + v(c_H, \theta_2).$$

Así,

$$\begin{aligned} & \phi(\theta_2, m_1, U^*(m_1)) - \phi(\theta_2, m_2, U^*(m_2)) \\ & \geq \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - 2U^*(m_1) + v(c_H, \theta_2) - \phi(\theta_2, m_2, U^*(m_2)) \\ & = \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - 2U^*(m_1) - \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} + 2U^*(m_2) \\ & > \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - 2U^*(m_1) - \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} + 2U^*(m_2) \\ & = \phi(\theta_1, m_1, U^*(m_1)) - \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} + 2U^*(m_2) - v(c_H, \theta_1) \\ & \geq \phi(\theta_1, m_1, U^*(m_1)) - \phi(\theta_1, m_2, U^*(m_2)). \end{aligned}$$

En conclusión, se tiene

(★)

$$\begin{aligned} \phi(\theta_2, m_1, U^*(m_1)) - \phi(\theta_2, m_2, U^*(m_2)) &> \\ \phi(\theta_1, m_1, U^*(m_1)) - \phi(\theta_1, m_2, U^*(m_2)). \end{aligned}$$

Ahora, observe que el Lema 4 implica

$$\phi(\theta_1, m_1, U^*(m_1)) \geq \phi(\theta_1, m_2, U^*(m_2))$$

y

$$\phi(\theta_2, m_2, U^*(m_2)) \geq \phi(\theta_2, m_1, U^*(m_1)).$$

En consecuencia,

$$\begin{aligned} \phi(\theta_1, m_1, U^*(m_1)) + \phi(\theta_2, m_2, U^*(m_2)) &\geq \\ \phi(\theta_1, m_2, U^*(m_2)) + \phi(\theta_2, m_1, U^*(m_1)). \end{aligned}$$

Esta desigualdad contradice (★). Por lo tanto, ya que $\mu(m_j) \neq m_j$ para todo $m_j \in \mathcal{M}$ de acuerdo con el Lema 2, se debe concluir que $\theta_2 = \mu(m_1)$ y $\theta_1 = \mu(m_2)$. □

Demostración de la Proposición 3. Considere la siguiente asignación: sea μ un *matching* en \mathcal{E} que satisface $\theta_2 = \mu(m_1)$ y $\theta_1 = \mu(m_2)$, y sea $\mathcal{C} = (c_{\theta_1}, c_{\theta_2}, c_{m_1}, c_{m_2})$ tal que

$$c_{\theta_1} = c_{m_2} = \left(\frac{\Delta(\theta_1)}{m_2}, 0, \Delta(\theta_1) \right)$$

y

$$c_{\theta_2} = c_{m_1} = \left(\frac{\Delta(\theta_1)}{m_1}, 0, \Delta(\theta_1) \right).$$

A continuación, se muestra que (μ, \mathcal{C}) es una asignación de equilibrio para \mathcal{E} .

Primero, note que

$$\begin{aligned} V^*(\theta_1) &= v(c_H, \theta_1), \\ V^*(\theta_2) &= \frac{\Delta(\theta_1)(\Delta(\theta_2) - \Delta(\theta_1))}{m_1} + v(c_H, \theta_2), \\ U^*(m_1) &= \frac{\Delta(\theta_1)^2}{2m_1}, \end{aligned}$$

y

$$U^*(m_2) = \frac{\Delta(\theta_1)^2}{2m_2}.$$

Entonces, $V^*(\theta_i) \geq V_i(c^{nulo})$ y $U^*(m_j) \geq U_j(c^{nulo})$ para toda $\theta_i \in \Theta$ y todo $m_j \in \mathcal{M}$ en concordancia con la parte (a) de la

Definición 4. Además, $V^*(\theta_2) > V^*(\theta_1)$ y $U^*(m_1) > U^*(m_2)$.

En segundo lugar, observe que

$$\sup_{\theta \in [0,1]} \left\{ \frac{\Delta(\theta)^2}{8m_j} \right\} = \frac{\Delta(1)^2}{8m_j}$$

y

$$\inf_{\theta \in [0,1]} \left\{ \frac{\Delta(\theta)^2}{2m_j} \right\} = \frac{\Delta(0)^2}{2m_j}$$

para cualquier $m_j \in \mathcal{M}$. Dado que

$$\frac{\Delta(1)^2}{8m_j} = \frac{((A - c_L)^2 - (A - c_H)^2)^2}{32m_j} = \frac{\Delta(0)^2}{2m_j},$$

se tiene $\frac{\Delta(\theta_2)^2}{8m_j} \leq \frac{\Delta(\theta_1)^2}{2m_j}$ para cualquier $m_j \in \mathcal{M}$. Esto implica que $U^*(m_j) \in \left[\frac{\Delta(\theta_2)^2}{8m_j}, \frac{\Delta(\theta_2)^2}{2m_j} \right)$ para todo $m_j \in \mathcal{M}$. Así, de la demostración del Lema 1, se sabe que

$$\phi(\theta_i, m_j, U^*(m_j)) = \frac{\Delta(\theta_i) \sqrt{2U^*(m_j)}}{\sqrt{m_j}} - 2U^*(m_j) + v(c_H, \theta_i)$$

para toda $\theta_i \in \Theta$ y todo $m_j \in \mathcal{M}$. Note que

$$\begin{aligned}\phi(\theta_2, m_1, U^*(m_1)) &= \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - 2U^*(m_1) + v(c_H, \theta_2) \\ &= \frac{\Delta(\theta_1)(\Delta(\theta_2) - \Delta(\theta_1))}{m_1} + v(c_H, \theta_2) \\ &= V^*(\theta_2)\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\phi(\theta_1, m_2, U^*(m_2)) &= \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} - 2U^*(m_2) + v(c_H, \theta_1) \\ &= v(c_H, \theta_1) \\ &= V^*(\theta_1).\end{aligned}$$

Además,

$$\begin{aligned}\phi(\theta_2, m_2, U^*(m_2)) &= \frac{\Delta(\theta_2)\sqrt{2U^*(m_2)}}{\sqrt{m_2}} - 2U^*(m_2) + v(c_H, \theta_2) \\ &= \frac{\Delta(\theta_1)(\Delta(\theta_2) - \Delta(\theta_1))}{m_2} + v(c_H, \theta_2) \\ &< V^*(\theta_2)\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\phi(\theta_1, m_1, U^*(m_1)) &= \frac{\Delta(\theta_1)\sqrt{2U^*(m_1)}}{\sqrt{m_1}} - 2U^*(m_1) + v(c_H, \theta_1) \\ &= v(c_H, \theta_1) \\ &= V^*(\theta_1).\end{aligned}$$

Finalmente, suponga que existe una pareja empresa-gerente $(\theta_i, m_j) \in \Theta \times \mathcal{M}$ tal que $V_i(c) > V^*(\theta_i)$ y $U_j(c) > U^*(m_j)$ para algún contrato $c \in \Omega_{ij}$. Esto implica que

$$\phi(\theta_i, m_j, U^*(m_j)) > V^*(\theta_i).$$

Sin embargo, se mostró que

$$V^*(\theta) \geq \phi(\theta, m, U^*(m))$$

para todo $m \in \mathcal{M}$ y toda $\theta \in \Theta$. Por lo tanto, se debe concluir que (μ, \mathcal{C}) es una asignación de equilibrio para \mathcal{E} . \square

Demostración de la Proposición 4. Para demostrar la Proposición 4, resulta necesario computar $S^*(\theta_i, m_j | \mu)$ para toda $\theta_i \in \Theta$,

todo $m_j \in \mathcal{M}$ y todo $\mu \in M(\theta, m)$. Primero, note que $M = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_7\}$, donde:

- (i) $\mu_1(x) = x$ para todo $x \in \Theta \cup \mathcal{M}$,
- (ii) $\mu_2(m_1) = \theta_2$ y $\mu_2(m_2) = m_2$,
- (iii) $\mu_3(m_1) = m_1$ y $\mu_3(m_2) = \theta_2$,
- (iv) $\mu_4(m_1) = \theta_1$ y $\mu_4(m_2) = m_2$,
- (v) $\mu_5(m_1) = m_1$ y $\mu_5(m_2) = \theta_1$,
- (vi) $\mu_6(m_1) = \theta_1$ y $\mu_6(m_2) = \theta_2$,
- (vii) $\mu_7(m_1) = \theta_2$ y $\mu_7(m_2) = \theta_1$.

En segundo lugar, defina

$$\Delta_1(c_2) := v_1(c_L, c_2) - v_1(c_H, c_2)$$

para todo $c_2 \in \{c_L, c_H\}$. Asimismo, defina

$$\Delta_2(c_1) := v_2(c_1, c_L) - v_2(c_1, c_H)$$

para todo $c_1 \in \{c_L, c_H\}$. Finalmente, observe que

$$S^*(\theta_2, m_1 | \mu_2) = v_2(c_H, c_H) + \frac{\Delta_2(c_H)^2}{2m_1},$$

$$S^*(\theta_2, m_2 | \mu_3) = v_2(c_H, c_H) + \frac{\Delta_2(c_H)^2}{2m_2},$$

$$S^*(\theta_1, m_1 | \mu_4) = v_1(c_H, c_H) + \frac{\Delta_1(c_H)^2}{2m_1},$$

$$S^*(\theta_1, m_2 | \mu_5) = v_1(c_H, c_H) + \frac{\Delta_1(c_H)^2}{2m_2},$$

$$\begin{aligned} S^*(\theta_1, m_1 | \mu_6) &= v_1(c_H, c_H) \\ &+ \frac{m_1 \Delta_1(c_H)^2 (m_2 - \Delta_2(c_H))^2}{2(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)])^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S^*(\theta_2, m_2 | \mu_6) &= v_2(c_H, c_H) \\ &+ \frac{m_2 (m_1 \Delta_2(c_H) - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)])^2}{2(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)])^2} \\ &+ \frac{\Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] (m_2 - \Delta_2(c_H))}{m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)]}, \end{aligned}$$

$$S^*(\theta_1, m_2 | \mu_7) = v_1(c_H, c_H) + \frac{m_2 \Delta_1(c_H)^2 (m_1 - \Delta_2(c_H))^2}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2},$$

y

$$S^*(\theta_2, m_1 | \mu_7) = v_2(c_H, c_H) + \frac{m_1 \left(m_2 \Delta_2(c_H) - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2} + \frac{\Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] (m_1 - \Delta_2(c_H))}{m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)]}.$$

Considere la asignación (μ_6, \mathcal{C}) , donde

$$c_{\theta_1} = c_{m_1} = c(\theta_1, m_1) := \left(\frac{b_1}{m_1}, 0, b_1 \right),$$

$$c_{\theta_2} = c_{m_2} = c(\theta_2, m_2) := \left(\frac{b_2}{m_2}, 0, b_2 \right),$$

$$b_1 := \frac{m_1 \Delta_1(c_H) (m_2 - \Delta_2(c_H))}{m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)]}$$

y

$$b_2 := \frac{m_2 \left(m_1 \Delta_2(c_H) - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)}{m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)]}.$$

Para verificar que $c(\theta_1, m_1) \in \Omega_{11}$ y $c(\theta_2, m_2) \in \Omega_{22}$, note que $\Delta_2(c_H) > \Delta_1(c_H) > 0$ y $\Delta_2(c_H) > \Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L) > 0$. Además, $m_1 > \Delta_2(c_H)$ de acuerdo con el Supuesto 3. Entonces, $b_1, b_2 \in (0, \infty)$. Adicionalmente, se tiene $b_1 < \Delta_1(c_H) < m_1$ y $b_2 < \Delta_2(c_H) < m_1$. Así, de la demostración del Lema 1 se sabe que

$$\frac{b_i}{m_i} \in \arg \max_{e \in [0,1]} \{e b_i - m_i \psi(e)\}$$

para cada $i \in \{1, 2\}$. Por lo tanto, $c(\theta_i, m_i) \in \Omega_{ii}$ para cualquier $i \in \{1, 2\}$.

A continuación, se examina si alguna pareja empresa-gerente $(\theta_i, m_j) \in \Theta \times \mathcal{M}$ puede bloquear (μ_6, \mathcal{C}) . En primer lugar, observe que

$$V_1^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) + U_1(c(\theta_1, m_1)) = S^*(\theta_1, m_1 | \mu_6)$$

y

$$V_2^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) + U_2(c(\theta_2, m_2)) = S^*(\theta_2, m_2 | \mu_6).$$

En consecuencia, las parejas (θ_1, m_1) y (θ_2, m_2) no pueden bloquear (μ_6, \mathcal{C}) . Ahora, para que la pareja (θ_1, m_2) pueda bloquear (μ_6, \mathcal{C}) se requiere que

$$S^*(\theta_1, m_2 | \mu) > V_1^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) + U_2(c(\theta_2, m_2))$$

para todo $\mu \in M(\theta_1, m_2) = \{\mu_5, \mu_7\}$. Note que

$$\begin{aligned} V_1^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) + U_2(c(\theta_2, m_2)) &= v_1(c_H, c_H) \\ &+ \frac{m_2 \left(m_1 \Delta_2(c_H) - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2}. \end{aligned}$$

Como $\Delta_2(c_H) > \Delta_1(c_H) > 0$ y $\Delta_2(c_L) > 0$, es claro que

$$V_1^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) + U_2(c(\theta_2, m_2)) > S^*(\theta_1, m_2 | \mu_7)$$

ya que

$$\begin{aligned}
m_1\Delta_2(c_H) - \Delta_1(c_H)[\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] &> \\
m_1\Delta_2(c_H) - \Delta_1(c_H)\Delta_2(c_H) &> \\
m_1\Delta_1(c_H) - \Delta_1(c_H)\Delta_2(c_H) &= \\
\Delta_1(c_H)(m_1 - \Delta_2(c_H)). &
\end{aligned}$$

Entonces, (θ_1, m_2) no puede bloquear (μ_6, \mathcal{C}) . Por último, considere la pareja (θ_2, m_1) . Para que (θ_2, m_1) pueda bloquear (μ_6, \mathcal{C}) se requiere que

$$S^*(\theta_2, m_1 | \mu) > V_2^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) + U_1(c(\theta_1, m_1))$$

para todo $\mu \in M(\theta_2, m_1) = \{\mu_2, \mu_7\}$. Observe que

$$\begin{aligned}
V_2^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) + U_1(c(\theta_1, m_1)) &= v_2(c_H, c_H) \\
&+ \frac{m_1 \left(m_2 \Delta_1(c_H) - \Delta_1(c_H) \Delta_2(c_H) \right)^2}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2} \\
&+ \frac{\Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] (m_2 - \Delta_2(c_H))}{m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)]}.
\end{aligned}$$

Adicionalmente, note que

$$\begin{aligned}
& S^*(\theta_2, m_1 | \mu_7) - V_2^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) - U_1(c(\theta_1, m_1)) = \\
& \frac{m_1 \left(\Delta_2(c_H)^2 - 2\Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] - \Delta_1(c_H)^2 \right)}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2} m_2^2 \\
& + \frac{2 \left(m_1^2 \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] + m_1 \Delta_1(c_H)^2 \Delta_2(c_H) \right)}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2} m_2 \\
& - \frac{2 \left(m_1 \Delta_1(c_H) \Delta_2(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2} m_2 \\
& + \frac{2 \Delta_1(c_H)^2 [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)]^2}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2} m_2 \\
& - \frac{m_1 \left(\Delta_1(c_H)^2 [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)]^2 + \Delta_1(c_H)^2 \Delta_2(c_H)^2 \right)}{2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2}.
\end{aligned}$$

Defina

$$\begin{aligned}
P(m_2) := & \\
& 2 \left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H) [\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)] \right)^2 \left[S^*(\theta_2, m_1 | \mu_7) \right. \\
& \left. - V_2^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) - U_1(c(\theta_1, m_1)) \right].
\end{aligned}$$

Así,

$$\begin{aligned}
P(m_2) = & \\
& - \frac{m_1(A - c_H)^2[(A - c_L)^2 - (A - c_H)^2]}{4} m_2^2 \\
& + \frac{m_1^2(A - c_L)^2[3(A - c_L)^2 - 4(A - c_H)^2]}{16} m_2 \\
& - \frac{m_1(A - c_L)^2[(A - c_L)^4 - 5(A - c_L)^2(A - c_H)^2]}{32} m_2 \\
& - \frac{m_1(A - c_L)^2(A - c_H)^4}{8} m_2 \\
& + \frac{(A - c_L)^4[3(A - c_L)^2 - 4(A - c_H)^2]^2}{512} m_2 \\
& - \frac{m_1(A - c_L)^4[25(A - c_L)^4 - 56(A - c_L)^2(A - c_H)^2]}{1024} \\
& - \frac{m_1(A - c_L)^4(A - c_H)^4}{32} .
\end{aligned}$$

Para valores fijos de A, c_H, c_L y m_1 , es posible pensar en P como un polinomio de segundo grado en m_2 . Con esto en mente, observe que

$$\begin{aligned}
P(0) = & - \frac{m_1(A - c_L)^4[25(A - c_L)^4 - 56(A - c_L)^2(A - c_H)^2]}{1024} \\
& - \frac{m_1(A - c_L)^4(A - c_H)^4}{32} .
\end{aligned}$$

Entonces, $P(0) < 0$. Por otro lado,

$$\begin{aligned}
 P(m_1) = & \\
 & \frac{3(A - c_L)^4 - 8(A - c_L)^2(A - c_H)^2 + 4(A - c_H)^4}{16} m_1^3 \\
 & - \frac{(A - c_L)^2 [(A - c_L)^4 - 5(A - c_L)^2(A - c_H)^2]}{32} m_1^2 \\
 & - \frac{(A - c_L)^2(A - c_H)^4}{8} m_1^2 \\
 & - \frac{(A - c_L)^6 [7(A - c_L)^2 - 8(A - c_H)^2]}{1024} m_1.
 \end{aligned}$$

Ya que $m_1 > \Delta_2(c_H) > 0$ de acuerdo con el Supuesto 3, defina

$$Q(m_1) := \frac{P(m_1)}{m_1}.$$

Para valores fijos de A , c_H y c_L , se puede pensar en Q como un polinomio de segundo grado en m_1 . Dado que

$$(A - c_L)^2 > 4(A - c_H)^2$$

por el Supuesto 2, se tiene

$$\begin{aligned}
 Q(\Delta_2(c_H)) &= \frac{[5(A - c_L)^4 - 12(A - c_L)^2(A - c_H)^2]^2}{1024} \\
 &\quad + \frac{[12(A - c_L)^2(A - c_H)^2 - 8(A - c_H)^4]^2}{1024} \\
 &\quad - \frac{(A - c_L)^4(A - c_H)^4}{16} \\
 &> 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q'(\Delta_2(c_H)) &= \frac{5(A - c_L)^6 - 17(A - c_L)^4(A - c_H)^2}{32} \\
 &\quad + \frac{20(A - c_L)^2(A - c_H)^4 - 8(A - c_H)^6}{32} \\
 &> 0
 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
 Q''(m_1) &= \frac{3(A - c_L)^4 - 8(A - c_L)^2(A - c_H)^2}{8} \\
 &\quad + \frac{(A - c_H)^4}{2} \\
 &> 0
 \end{aligned}$$

para cada $m_1 \in \mathbb{R}$. En consecuencia, $Q(m_1) > 0$ para cualquier $m_1 \in (\Delta_2(c_H), \infty)$. Esto implica que $P(m_1) > 0$ para cualquier

m_1 que satisfaga el Supuesto 3. Finalmente, note que

$$P''(m_2) = -\frac{m_1(A - c_H)^2[(A - c_L)^2 - (A - c_H)^2]}{2} < 0$$

para cada $m_2 \in \mathbb{R}$. En resumen, se sabe que, si m_1 satisface el Supuesto 3, entonces $P(0) < 0 < P(m_1)$. Esto implica que existen $r_1(m_1), r_2(m_1) \in \mathbb{R}$ tales que $r_1(m_1) < r_2(m_1)$ y $P(r_1(m_1)) = P(r_2(m_1)) = 0$. Adicionalmente, debido a que $P''(m_2) < 0$ para cada $m_2 \in \mathbb{R}$, se tiene $r_1(m_1) < m_1 < r_2(m_1)$ y $P(m_2) \leq 0$ para cualquier $m_2 \geq r_2(m_1)$. Sea

$$\alpha(m_1) := r_2(m_1) - m_1.$$

Observe que, si $m_2 - m_1 \geq \alpha(m_1)$, entonces

$$S^*(\theta_2, m_1 | \mu_7) \leq V_2^*(c(\theta_1, m_1), c(\theta_2, m_2)) + U_1(c(\theta_1, m_1))$$

ya que $P(m_2) \leq 0$ y

$$2\left(m_1 m_2 - \Delta_1(c_H)[\Delta_2(c_H) - \Delta_2(c_L)]\right)^2 > 0.$$

Es decir, la pareja empresa-gerente (θ_2, m_1) no puede bloquear la asignación (μ_6, \mathcal{C}) cuando $m_2 - m_1 \geq \alpha(m_1)$.

En conclusión, para cualquier m_1 que satisfaga el Supuesto 3, existe un $\alpha(m_1) > 0$ tal que, si $m_2 - m_1 \geq \alpha(m_1)$, entonces la asignación (μ_6, \mathcal{C}) es una asignación de equilibrio para ξ . \square

Bibliografía

- Baranchuk, Nina, Glenn MacDonald y Jun Yang. 2010. 'The Economics of Super Managers'. *AFA 2009 San Francisco Meetings Paper*.
- Barros, Fátima e Inés Macho-Stadler. 1998. 'Competition for Managers and Product Market Efficiency'. *Journal of Economics and Management Strategy* 7(1): 89-103.
- Besley, Timothy y Maitreesh Ghatak. 2005. 'Competition and Incentives with Motivated Agents'. *The American Economic Review* 95(3): 616-636.
- Besley, Timothy y Maitreesh Ghatak. 2007. 'Retailing public goods: The economics of corporate social responsibility'. *Journal of Public Economics* 91: 1645-1663.
- Chakraborty, Archishman y Alessandro Citanna. 2005. 'Occupational choice, incentives and wealth distribution'. *Journal of Economic Theory* 122(2): 206-224.
- Cuñat, Vicente y María Guadalupe. 2009. 'Globalization and the Provision of Incentives inside the Firm: The Effect of Foreign Competition'. *Journal of Labor Economics* 27(2): 179-212.
- Dam, Kaniška. 2010. 'Job assignment, market power and managerial incentives'. Mimeo, Centro de Investigación y Docencia Económicas.
- De Fraja, Giovanni. 1991. 'Efficiency and Privatisation in Imperfectly Competitive Industries'. *Journal of Industrial Economics* 39(3): 311-321.

- De Fraja, Giovanni y Flavio Delbono. 1989. 'Alternative Strategies of a Public Enterprise in Oligopoly'. *Oxford Economic Papers* 41(2): 302-311.
- De Fraja, Giovanni y Flavio Delbono. 1990. 'Game Theoretic Models of Mixed Oligopoly'. *Journal of Economic Surveys* 4(1): 1-17.
- Edmans, Alex, Xavier Gabaix y Augustin Landier. 2009. 'A Multiplicative Model of Optimal CEO Incentives in Market Equilibrium'. *The Review of Financial Studies* 22(12): 4881-4917.
- Fershtman, Chaim y Kenneth L. Judd. 1987. 'Equilibrium Incentives in Oligopoly'. *The American Economic Review* 77(5): 927-940.
- Gale, David y Lloyd S. Shapley. 1962. 'College Admissions and the Stability of Marriage'. *The American Mathematical Monthly* 69(1): 9-15.
- Glaeser, Edward L. y Andrei Shleifer. 2001. 'Not-for-profit entrepreneurs'. *Journal of Public Economics* 81: 99-115.
- Hart, Oliver D. 1983. 'The Market Mechanism as an Incentive Scheme'. *The Bell Journal of Economics* 14(2): 366-382.
- Hermalin, Benjamin E. 1992. 'The Effects of Competition on Executive Behavior'. *The RAND Journal of Economics* 23(3): 350-365.
- Hubbard, R. Glenn y Darius Palia. 1995. 'Executive pay and performance: Evidence from the U.S. banking industry'. *Journal of Financial Economics* 39(1), 105-130.
- Kaneko, Mamoru. 1982. 'The Central Assignment Game and the Assignment Markets'. *Journal of Mathematical Economics* 10: 205-232.

- Leibenstein, Harvey. 1966. 'Allocative Efficiency vs. X-Efficiency'. *The American Economic Review* 56(3): 392-415.
- Murphy, Kevin J. 1999. 'Executive Compensation'. Capítulo 38 en *Handbook of Labor Economics*, vol. 3, parte B, editado por Ashenfelter, O., R. Layard y D. Card. Elsevier.
- Nalebuff, Barry J. y Joseph E. Stiglitz. 1983. 'Prizes and Incentives: Towards a General Theory of Compensation and Competition'. *The Bell Journal of Economics* 14(1): 21-43.
- Palia, Darius. 2000. 'The impact of regulation on CEO labor markets'. *The RAND Journal of Economics* 31(1): 165-179.
- Prendergast, Canice. 2007. 'The Motivation and Bias of Bureaucrats'. *The American Economic Review* 97(1): 180-196.
- Raith, Michael. 2003. 'Competition, Risk, and Managerial Incentives'. *The American Economic Review* 93(4): 1425-1436.
- Roth, Alvin E. 1982. 'The Economics of Matching: Stability and Incentives'. *Mathematics of Operations Research* 7(4): 617-628.
- Roth, Alvin E. y Marilda A. Oliveira Sotomayor. 1990. *Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*. Econometric Society Monographs No. 18. Cambridge University Press.
- Sasaki, Hiroo y Manabu Toda. 1996. 'Two-Sided Matching Problems with Externalities'. *Journal of Economic Theory* 70(1): 93-108.
- Scharfstein, David. 1988. 'Product-Market Competition and Managerial Slack'. *The RAND Journal of Economics* 19(1): 147-155.

- Schmidt, Klaus M. 1997. 'Managerial Incentives and Product Market Competition'. *The Review of Economic Studies* 64(2): 191-213.
- Selten, Reinhard. 1986. 'Elementary Theory of Slack-ridden Imperfect Competition' en *New Developments in the Analysis of Market Structure*, editado por Stiglitz, J. E. y G. F. Mathewson. Macmillan.
- Vickers, John y George Yarrow. 1991. 'Economic Perspectives on Privatization'. *The Journal of Economic Perspectives* 5(2): 111-132.
- Winston, Clifford. 1998. 'U.S. Industry Adjustment to Economic Deregulation'. *Journal of Economic Perspectives* 12(3): 89-110.