CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.

CIDE

EFICIENCIA INTERNA Y COMPETENCIA DE MERCADO EN OLIGOPOLIO

T E S I N A

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN ECONOMÍA

P R E S E N T A

ALEJANDRO ROBINSON CORTÉS

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. KANISKA DAM

MÉXICO, D.F. JUNIO 2013

Para mi familia

Agradecimientos

Quisiera agradecer especialmente al Profesor Kaniska Dam, mi director de tesina, por guiarme estos últimos meses en la elaboración de esta investigación. Tanto su consejo y paciencia, como su disciplina y exigencia, fueron esenciales para que pudiera completar esta tesina. La realización de esta investigación me obligó a replantearme los temas que tratamos el semestre anterior en su curso de Teoría de Contratos, el cual me di cuenta posteriormente que fue mi punto de partida desde un principio.

A las Profesoras Luciana Moscoso y Sonia Di Giannatale. A Luciana por darme la oportunidad de ser su asistente de investigación y acercarme a la investigación académica. Su curso de Organización Industrial cambió mi opinión sobre lo que considero un buen curso de Economía. Sus consejos y enseñanzas fuera y dentro del salón de clase han sido invaluables. A Sonia por ser la Profesora que me ha acompañado a lo largo de toda mi licenciatura, desde el curso de Introducción a la Economía hasta Microeconomía Avanzada. Sus clases han cautivado mi gusto por la Microeconomía y han sido determinantes en mi decisión de continuar dedicándome a esta rama de la disciplina. A ambas por darse el tiempo de leer con detenimiento esta tesina. Cada vez que me encontré frente a un problema en la realización de esta investigación, pensé que ellas leerían con gran escrutinio la forma en la que lo enfrentaría.

Al Profesor Enrique Garza por supervisar mi trabajo de investigación en el Seminario de Titulación. Sus comentarios y opiniones me mostraron la gran importancia de la autocrítica y la honestidad en la labor de investigación. Al Profesor Alexander Elbittar por tener la puerta de su oficina siempre abierta estos últimos años. Tanto sus consejos y recomendaciones fuera del salón de clase, como sus ejemplos y experimentos dentro de él, han cautivado mi interés por la Economía estos últimos años. Al Profesor Victor Carreón por darme dos de los mejores cursos que he tenido: Microeconomía II y Economía Pública. En ellos aprendí la importancia de simplificar un problema de la realidad para plantearlo en términos formales, es decir, a pensar como economista.

A mis amigos de la licenciatura, Arturo, Cesángari, Francisco y Pepe, por acompañarme estos años en las jornadas de estudio, los exámenes, las risas, las fiestas y, sobretodo, en las discusiones. Muchas veces pienso que he aprendido más Economía de ellos que de mis Profesores. A mis hermanos, Alberto y Emilio, por escuchar mis cuentos e historias sobre lo que aquí está escrito. Ver sus caras de interrogación me decía que yo todavía no entendía bien el asunto. A mis papás, Alberto, Emanuel y Laura, por su apoyo incondicional en cada proyecto que he decidido emprender. Es claro que sin su cariño y consejo nada de esto habría sucedido. Por esto mismo, los errores y omisiones que aquí se encuentren son responsabilidad entera de ellos.

Maricruz, gracias por escucharme y tenerme paciencia. Al estar conmigo, me has enseñado a darme cuenta de las cosas que realmente me hacen feliz.

Eficiencia interna y competencia de mercado en oligopolio

Alejandro Robinson

Centro de Investigación y Docencia Económicas

Junio 2013

Resumen

En esta tesina analizamos la relación entre los incentivos de una empresa por incrementar su eficiencia interna y el nivel de competencia en el mercado. La eficiencia interna de una empresa se mide por el esfuerzo realizado por su agente para disminuir el costo marginal. El nivel de competencia en el mercado se mide por el número de empresas. Analizamos un modelo de competencia en oligopolio. Nuestro resultado principal es que la relación entre eficiencia interna y competencia es decreciente o en forma de U invertida, dependiendo del tamaño de la reducción de costo marginal. No obstante, el bienestar económico, medido por el excedente total de la industria, siempre aumenta cuando entra una empresa al mercado. Nuestro modelo es robusto a agentes neutrales y aversos al riesgo, contratos de deuda y accionarios, competencia en cantidades y precios y, presuntamente, a permitir que las empresas ineficientes no operen en el equilibrio. El supuesto principal del modelo es la independencia entre las realizaciones de costo marginal de las empresas.

Es conocimiento convencional que mayor competencia en el mercado de un producto disciplina a las empresas a tener una operación eficiente, mientras que el poder de mercado fomenta gestión perezosa e "ineficiencia-X".
Willig (1987, p. 481).[1]

[1] Las traducciones de las citas textuales son del autor.

Índice

1. Introducción

Las empresas realizan actividades administrativas para asegurar un funcionamiento interno eficiente. En este sentido, una empresa con una buena administración goza de una mayor *eficiencia interna*, la cual le permite alcanzar el mismo nivel de producción con un menor costo. No obstante, mantener un nivel alto de eficiencia interna es costoso; por ejemplo, es necesario coordinar a los diferentes empleados de la empresa, trabajar jornadas laborales largas, reducir personal innecesario, conducir una buena gestión fiscal y contable, etc. Si el administrador es el dueño de la empresa, entonces los beneficios obtenidos por una mayor eficiencia interna serán el incentivo para incurrir en estos costos. No obstante, es común que la propiedad de una empresa y su administración estén separados. Por lo tanto, para asegurar que los administradores de una empresa promuevan prácticas que incrementen la eficiencia interna, es necesario crear contratos de incentivos. Para determinar el nivel óptimo de incentivos se debe considerar el beneficio marginal del esfuerzo realizado por el adminstrador. Un factor determinante en este beneficio marginal es el nivel de competencia en el mercado del bien que produce la empresa. En esta tesina analizamos el efecto que tiene el nivel de competencia del mercado de una empresa en su eficiencia interna.

Adam Smith (1776, libro 1, cap. 11) sostiene que "El monopolio... es un gran enemigo de la buena gestión". La intuición económica nos dice en cierto sentido que un mayor poder de mercado permite a una empresa mantener una organización interna ineficiente. Es decir, como mayor poder de mercado equivale a mayores beneficios, entonces las empresas con alto poder de mercado no tienen un incentivo tan fuerte para incrementar su eficiencia interna por medio de incentivos a sus administradores (en adelante, agentes). De la misma forma, John Hicks (1935, p. 8) opina que "El mejor de todos los beneficios de un monopolio es una vida tranquila". Cuando no existe presión por altos niveles de competencia en el mercado, entonces una empresa puede *darse el lujo* de no tener una organización interna eficiente. Leibenstein

(1966) denominó "eficiencia-X" a la eficiencia interna de una empresa porque, a pesar de haber un aparente consenso en su relación positiva con la competencia en el mercado, sus orígenes y mecanismos causales no están completamente estudiados.[2]

La literatura existente no ha podido llegar a un consenso en la relación que tiene el nivel de competencia de una industria con los incentivos otorgados por las empresas para incrementar su eficiencia interna. En un artículo seminal, Hart (1983) es el primero en analizar formalmente esta relación. Utilizando un modelo de agente-principal, encuentra una relación positiva entre la competencia en el mercado y el esfuerzo realizado por el agente de una empresa. No obstante, Hart supone que el agente de la empresa es infinitamente averso al riego. Scharfstein (1988) prueba que al relajar este supuesto y suponer una función de utilidad con aversión al riesgo finita, la relación entre competencia e incentivos es negativa. Hermalin (1992) considera un modelo más abstracto en el que encuentra cuatro efectos ambiguos en la relación entre competencia e incentivos: efecto de ingreso, efecto de ajuste de riesgo, efecto de cambio informacional y efecto de valor de reducción de costo. La relación entre el nivel de compentencia en el mercado de una empresa y su eficiencia interna es compleja y no del todo clara aún.

En esta tesina realizamos un modelo de oligopolio en el que un número determinado de empresas simétricas compiten en cantidades. El número de empresas en el mercado determina el nivel de competencia. Cada empresa puede contratar un agente para reducir su costo marginal de producción por medio de incrementar su eficiencia interna. El esfuerzo del agente incrementa la probabilidad de reducir el costo marginal, mas no es observable por el dueño de la empresa (principal). Por lo tanto, se tiene una problema de riesgo moral dentro de la empresa. En un principio, suponemos que 1) todas las empresas producen en equilibrio independientemente de sus costos; 2) el agente y el principal son neutrales al riesgo, y 3) el

[2]Para una discusión sobre el uso de los términos "eficiencia-X" y "eficiencia interna" ver Weibull (1997). Al igual que él, consideramos que ambos términos se refieren indistintamente a mantener un menor costo de producción fruto de mejores prácticas administrativas.

principal ofrece un contrato de deuda al agente. No obstante, posteriormente relajamos estos supuestos y mostramos que nuestros resultados no varían cualitativamente.[3] El modelo se abstrae del derrame de información en el mercado y de choques tecnológicos externos, por lo que suponemos que las realizaciones de costo de las empresas son independientes entre sí.

La relación entre el número de empresas en el mercado y el nivel de esfuerzo realizado por el agente de cada empresa está determinada por dos efectos contrarios. En primer lugar, el *efecto de escala* desincentiva el esfuerzo del agente, ya que un incremento de empresas conlleva a que cada empresa cubra una menor fracción del mercado y, entonces, disminuya el beneficio de disminuir el costo marginal. En segundo lugar, el *efecto de costo de oportunidad* incentiva el esfuerzo del agente, ya que un mayor número de empresas disminuye el costo de oportunidad de incrementar la eficiencia interna (los beneficios en caso de no disminuir el costo). Nuestro resultado principal es que la relación entre el número de empresas en el mercado y los incentivos por disminuir el costo marginal puede ser decreciente o en forma de U invertida, dependiendo del tamaño de la disminución de costo marginal. No obstante, el bienestar económico (medido por el excedente total de la industria) siempre aumenta ante la entrada de una empresa, independientemente de la dirección del esfuerzo por reducir el costo marginal.

La tesina se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 se reliza una revisión de literatura. En la sección 3 presentamos el modelo base. En la sección 4 tratamos el caso de un monopolio. En la sección 5 se extiende el modelo a competencia oligopolística; se analiza el caso de un duopolio y un oligopolio con N empresas. En la sección 6 se realizan tres extensiones: a) competencia en oligopolio con salida de empresas; b) competencia en precios, y c) contratos alternativos: aversión al riesgo y contrato accionario. En la sección 7 se anali-

[3] En la sección 6 relizamos extensiones al modelo. En primer lugar, permitimos que las empresas ineficientes no produzcan en equilibrio. Al relajar este supuesto, no se puede mostrar que nuestra conclusión no varía en general. No obstante, ofrecemos la intuición necesaria y un contraejemplo que apoyan esta conjetura. En segundo lugar, el modelo se extiende a competencia en precios, aversión al riesgo y contratos accionarios. En los tres casos se muestra que los resultados principales del modelo no varían cualitativamente.

zan las implicaciones del modelo en el bienestar económico. En la sección 8 discutimos las implicaciones del supuesto de independencia. La sección 9 resume los resultados y concluye. Las demostraciones de las proposiciones se encuentran en el apéndice.

2. Revisión de literatura

La literatura en teoría de contratos que analiza la relación entre los incentivos dentro de una empresa y el nivel de competencia en el mercado es amplia. No obstante, solo dos autores miden el nivel de competencia por el número de empresas. Martin (1993) analiza un mercado de competencia en cantidades en el que los agentes de las empresas tienen información privada sobre su esfuerzo y un choque de productividad exógeno. Encuentra que el esfuerzo realizado por los agentes de las empresas disminuye siempre que entra una empresa al mercado. Hermalin (1994) analiza un modelo más abstracto con el objetivo de determinar la existencia de equilibrios asimétricos en los que las empresas realizan esfuerzos diferentes a pesar de ser simétricas *ex ante*. Establece que la relación entre competencia e incentivos es ambigua, depende de la convexidad de la función de costos y de la sensibilidad de la elasticidad de la demanda al número de empresas.

Schmidt (1997) realiza un modelo en el que la competencia en el mercado es un parámetro exógeno. Asimismo, supone que la utilidad de reserva del agente depende directamente de la probabilidad de quiebra de la empresa. Encuentra que la relación entre competencia e incentivos es ambigua y depende de dos efectos: amenaza de liquidación y valor de reducción de costo. Raith (2003) realiza un modelo de diferenciación horizontal con libre entrada de empresas y competencia en precios. Encuentra una relación positiva entre competencia e incentivos. En su modelo, un mercado competitivo se caracteriza por una mayor demanda y, entonces, sostener un mayor número de empresas en equilibrio. No obstante, un mayor número de empresas no significa una menor fracción de mercado para cada empresa debido a la libre entrada.

En nuestro modelo desagregamos el efecto de valor de reducción de costo en dos efectos: escala y costo de oportunidad. Martin (1993) sólo hace énfasis en el primero y, por tanto, encuentra una relación decreciente entre competencia e incentivos. El modelo de Hermalin

(1994) es más abstracto que el nuestro. No obstante, bajo nuestra especificación se limita a establecer que el *output effect* (efecto de escala) dominará al *strategic effect* (efecto de costo de oportunidad) para un rango amplio de parámetros. El modelo de riesgo moral de Schmidt (1997) es similar al nuestro. Sin embargo, en su caso no se incluye explícitamente la competencia en el mercado.[4] Asimismo, en nuestro modelo la utilidad de reserva del agente es exógena y la probabilidad de quiebra sólo afecta a la empresa vía los beneficios de mercado. A diferencia de Raith (2003), en nuestro modelo un incremento de empresas disminuye siempre la fracción que cada empresa cubre del mercado. Por lo tanto, el efecto de escala disminuye el beneficio marginal de reducir el costo marginal. En el modelo de Raith (2003), el efecto de escala parece ir en sentido contrario cuando el tamaño de la demanda determina el nivel de competencia en el mercado.

Varios autores analizan la relación entre incentivos y competencia en mercados duopólicos con bienes diferenciados. En estos casos, el grado de sustitución entre los productos de ambas empresas mide la competencia en el mercado. Por ejemplo, Horn et al. (1994) encuentra una relación negativa al comparar competencia en cantidades y competencia en precios; Aggarwal y Samwick (1999) analizan la relación entre el uso de contratos con evaluación de rendimiento relativo y el tipo de competencia (precio o cantidades); Picollo et al. (2008) encuentra una relación en forma de U invertida y Beiner et al. (2009) una relación en forma de U entre los incentivos dentro de una empresa y la sutitubilidad de los bienes; Pleh-Dujowich y Serfes (2010) derivan las propiedades estratégicas de los contratos óptimos dependiendo de las propiedades de la demanda de mercado y el tipo de competencia. Fershtman y Judd (1985) y Sklivas (1987) encuentran que al separar la propiedad y gestión de una empresa en duopolio

[4]Schmidt (1997) realiza un ejemplo de competencia en precios. Discutimos la relación y diferencia de nuestro modelo con su ejemplo en la sección 6.2.

se pueden mantener equilibrios con contratos cuyo objetivo no es maximizar beneficios.[5]

Porter (1990) considera que la relación empírica entre el nivel de competitividad en los mercados de un país y la eficiencia interna de sus empresas es positiva al analizar una base de datos de once países. No obstante, la literatura empírica sobre la relación entre eficiencia interna y competencia es pequeña y no concluyente. En primer lugar, no existe un consenso sobre la medida adecuada de competencia en una industria ni en cómo medir los incentivos internos de una empresa.[6] En segundo lugar, existe un problema de endogeneidad al incluir el grado de competencia en una industria como variable explicativa del nivel de incentivos dentro de una empresa.

Nickell (1996) encuentra una relación positiva entre la tasa de crecimiento de la productividad de una empresa y la competencia en el mercado, medida por el número de competidores y por el nivel de beneficios. Cuñat y Guadalupe (2005) encuentran una relación positiva entre la sensibilidad del pago de altos directivos a los beneficios de la empresa y el nivel de competencia de la industria. Utilizan un experimento cuasi-natural en el que se observan cambios en competitividad por políticas públicas en Gran Bretaña. Karuna (2007) encuentra una relación positiva entre el grado de sustitubilidad de los bienes en el mercado, el tamaño y la concentración de mercado con la fracción de acciones en el pago de un gerente general. Ver Van Reenan (2011) para una revisión más extensa de esta literatura.

[5]Existe una literatura en Organización Industrial que analiza la relación entre competencia e innovación. En sentido estricto, innovar se refiere incrementar la frontera de posibilidades de producción de una empresa, mientras que eficiencia interna se refiere a qué tan lejos de la frontera de posibilidades de producción opera una empresa. No obstante, esta literatura es paralela y está relacionada con nuestro análisis. Usualmente se plantean dos efectos opuestos en la relación entre competencia e innovación denominados *efecto shumpeteriano* y *efecto darwiniano*, planteados por Schumpeter (1942) y Arrow (1962), respectivamente. Ambos están relacionados con el efecto de escala y efecto de costo de oportunidad, respectivamente. Ver Ross y Scherer (1990, cap. 18), Vickers (1995) y Motta (2004, cap. 2.3) para una revisión de esta literatura y de su relación con la eficiencia interna.

[6]Para medir la competencia en una industria se utilizan, por ejemplo, concentración de mercado, índice de Lerner, grado de sustitución entre bienes, tamaño de mercado, número de competidores y costos de entrada. Para medir incentivos dentro de una empresa se utilizan los contratos de los CEOs (gerente general por sus siglas en inglés) de las empresas más grandes en el mercado, por ejemplo, la sensibilidad del pago al beneficio de la empresa, cláusulas de evaluación de rendimiento relativo o la inclusión de opciones financieras de la acción de la empresa.

3. Modelo

Consideremos una industria en la que las empresas producen un bien homogéneo y compiten en cantidades. En esta industria no existen costos fijos y el número de empresas está fijo (en el corto plazo). Las preferencias de los consumidores son tales que la demanda inversa por el bien está dada por $P = 1 - Q$, donde P es el precio de mercado del bien y Q es la cantidad total del bien en el mercado. Si existen N empresas en el mercado, entonces $Q = \sum_i^N q_i$, donde q_i es la cantidad producida por la empresa $i = 1, .., N$. En un principio, todas las empresas de la industria tienen costo marginal constante dado por $c_H = c \in (0, \bar{c}]$. La cota superior del costo marginal es la condición de solución interior que asegura que todas las empresas producen en equilibrio. Cada empresa puede contratar un agente para incrementar su eficiencia interna y reducir su costo marginal a $c_L = 0$.[7] El parámetro c se interpreta como la diferencia en eficiencia entre las empresas que logran incrementar su eficiencia interna y las que no lo logran. Esta diferencia en eficiencia puede ser fruto de mejoras administrativas en la empresa, reducción de personal innecesario, mejoramiento de prácticas contables y fiscales, reducción de costos en insumos, etc.

El principal es quien decide la producción de la empresa. El principal puede ser el dueño de la empresa, los accionistas o un jefe de departamento. El agente puede ser el gerente de la empresa, un empleado menor o la subcontratación de un servicio externo. El incremento de eficiencia interna conlleva un problema de riesgo moral por dos razones: 1) es aleatorio en el sentido en que un mayor esfuerzo por parte del agente no asegura que se reducirá el costo, sólo aumenta la probabilidad de que se disminuya, y 2) el principal no observa el esfuerzo que realiza el agente para dimsinuir el costo, sólo observa su realización final. Una vez que las realizaciones de costos de las empresas se obtienen, el resultado es conocimiento

[7] Otra alternativa es suponer que ambas empresas tienen costo marginal c y la demanda está dada por $P = A - Q$ con $A \in \{A_L = 1, A_H = 1 + c\}$. De tal forma que la tarea del agente consiste en incrementar la demanda que enfrenta la empresa de A_L a A_H. No obstante, por la forma de la función de beneficios de una empresa con demanda y costo marginal lineales, ambas alternativas son equivalentes.

común. Suponga que si hay más de una empresa en esta industria, los procesos de reducción de costo que lleva a cabo cada empresa son independientes; es decir, la realización del costo en una empresa no está relacionada con la realización de otra empresa. Asimismo, suponga que todas las empresas son simétricas en un principio: enfrentan la misma demanda, tienen potencialmente los mismos costos marginales y enfrentan el mismo mercado de agentes.

Formalmente, el costo marginal de la empresa i está dado por c_i tal que

$$c_i \in \{c_L, c_H | c_L = 0, c_H = c \in (0, \bar{c}]\}. \tag{3.1}$$

Sea $e_i \in [0, 1]$ el esfuerzo realizado por el agente de la empresa i de tal forma que la probabilidad de reducir el costo marginal está determinada por

$$e_i = prob.\{c_i = c_L\}. \tag{3.2}$$

El agente de una empresa incurre en un costo de $\psi(e) = \frac{e^2}{2}$ por la realización de esfuerzo. Por lo tanto, la función de producción de esfuerzo del agente tiene rendimientos decrecientes a escala. El mercado de agentes es competitivo y todos los agentes son simétricos. Por lo tanto, 1) la utilidad de reserva de un agente es $\bar{u} = 0$, ya que no tiene poder de negociación con la empresa, y 2) el proceso de asignación de agentes a empresas es irrelevante. Para solucionar el problema de riesgo moral, la empresa diseña un contrato en el que paga un bono $b \geq 0$ al agente en caso de que logre reducir el costo. De lo contrario, el pago es nulo. Para simplificar el análisis, nos abstraemos del efecto que tiene el riesgo en la toma de decisiones en el modelo. Suponemos que los principales y los agentes son neutrales al riesgo.

4. Monopolio

En esta sección consideramos una industria con una sola empresa. Sean $\Pi(c_L)$ y $\Pi(c_H)$ los beneficios del monopolio si tiene costo bajo y costo alto, respectivamente. Los beneficios esperados de la empresa están dados por

$$E(\Pi) = e(\pi - b) + \Pi(c_H), \tag{4.1}$$

donde $\pi = \Pi(c_L) - \Pi(c_H)$ es el valor de la reducción de costo. Nótese que si el agente de la empresa no realiza esfuerzo por reducir el costo, $e = 0$, entonces se obtienen los beneficios de tener costo alto. El contrato debe de cumplir la restricción de racionalidad individual del agente (RI), que asegura que el agente obtendrá al menos su utilidad de reserva $\bar{u} = 0$ si entra al contrato, dada por

$$eb - \frac{e^2}{2} \geq 0. \tag{RI}$$

Como el principal no observa el esfuerzo realizado por el agente, entonces el agente realizará el esfuerzo que maximice su utilidad esperada; es decir, en el equilibrio el esfuerzo se determinará por la compatibilidad de incentivos (CI), dada por

$$e = \arg\max_{\hat{e}} \left\{ \hat{e}b - \frac{\hat{e}^2}{2} \right\}. \tag{CI}$$

El bono del contrato debe cumplir con una cláusula de responsabilidad limitada que asegura que el bono es no negativo, dada por

$$b \geq 0. \tag{RL}$$

Resolviendo (CI) obtenemos que el agente realizará el esfuerzo $e = b$.[8] Por construcción, $e \in [0,1]$; por lo tanto, (CI) implica (RL). Sustituyendo $e = b$ en (4.1) y (RI), la empresa resuelve el siguiente problema de maximización

$$\max_b \{b(\pi - b) + \Pi(c_H)\} \qquad (Max)$$

$$\text{s.a.} \quad \frac{b^2}{2} \geq 0. \qquad (RI')$$

La fución objetivo es cóncava en b y la restricción no se satura en el óptimo. Por lo tanto, la condición de primer orden es necesaria y suficiente. En el óptimo,

$$e = b = \frac{\pi}{2}. \qquad (4.2)$$

En la asignación de *primer mejor* cuando el esfuerzo es observado por el principal y entonces puede entrar en el contrato, en el óptimo se tiene $e = \pi$ y cualquier esquema de pagos que sature (RI), en particular $b = \pi/2$. Es decir, a pesar de que el bono es igual al caso en el que la información es asimétrica, el agente realiza un mayor esfuerzo, ya que no hay necesidad de ofrecer incentivos para mitigar el problema de riesgo moral.

Resolviendo el problema del monopolista condicional a su costo marginal c_i, obtenemos la función de beneficios en equilibrio

$$\Pi(c_i) = \left(\frac{1 - c_i}{2}\right)^2. \qquad (4.3)$$

En el caso de monopolio, fijar $\bar{c} = 1$ asegura que se producirá una cantidad no negativa en equilibrio. Utilizando la definición de c_i en (3.1), la función de beneficios en (4.3) y la

[8]En nuestro modelo el esfuerzo realizado por el agente siempre es igual al bono del contrato. Por lo tanto, en adelante nos referimos indistintamente al esfuerzo realizado por el agente para reducir el costo y los incentivos por aumentar la eficiencia interna de la empresa. Sin pérdida de generalidad, sólo analizamos el esfuerzo óptimo en equilibrio.

definición de π, obtenemos por la ecuación (4.2) el nivel de esfuerzo en el equilibrio de monopolio

$$e^M = \frac{c(2-c)}{8}. \tag{4.4}$$

Un contrato más general podría incluir un pago fijo $f \geq 0$ que se paga al agente independientemente de la realización del costo. Sin embargo, en el óptimo $f = 0$, ya que no hay necesidad de ofrecer un pago extra al agente porque (RI) no se satura en el óptimo. Asimismo, se puede considerar que el mercado de agentes no es competitivo y entonces la utilidad de reserva del agente $\bar{u}$ es arbitraria. Sin embargo, el resultado cualitativo del problema es similar. Si se permite que $\bar{u}$ tome distintos valores, entonces existen dos tipos de contratos óptimos dependiendo del valor de $\bar{u}$. Si $\bar{u}$ es suficientemente pequeño, el contrato es igual al que hemos encontrado dado por (4.2) en el que (RI) no está saturada. Si $\bar{u}$ es suficientemente grande, entonces (RI) se satura en el óptimo y el contrato óptimo no depende de π, sino de $\bar{u}$. Como se verá más adelante, cuando existe más de una empresa en el mercado, la interacción estratégica entre las empresas proviene justamente de π, por lo que el contrato que sólo depende de $\bar{u}$ no resulta interesante, ya que no será estratégico entre las empresas.[9]

[9] Schmidt (1997) incluye ambas extensiones al contrato, un pago fijo $f \geq 0$ y utilidad de reserva $\bar{u}$ arbitraria. En este caso se obtiene, además, un tercer contrato para niveles muy elevados de $\bar{u}$ en el que el esfuerzo de *primer mejor* se puede implementar como equilibrio, a pesar del problema de riesgo moral. En la sección 6.3.1 realizamos el modelo con un agente averso al riesgo y en la sección 6.3.2 consideramos un contrato accionario.

5. Competencia Oligopolística

5.1. Duopolio

En esta sección consideremos una industria con dos empresas que compiten en cantidades. De acuerdo a los supuestos del modelo, suponga que el costo marginal de la empresa i está dado por

$$c_i \in \{c_L, c_H | c_L = 0, c_H = c \in (0, 1/2]\}, \quad i = 1, 2, \tag{5.1}$$

y la probabilidad de reducir el costo está determinada por

$$e_i = prob.\{c_i = c_L\}, \quad i = 1, 2. \tag{5.2}$$

La cota superior de c es la condición de solución interior que asegura que ambas empresas producen en equilibrio independientemente de sus costos. Sea $\Pi_i(c_i, c_j)$ la función de beneficios en equilibrio de la empresa i. Defina los beneficios de la empresa i por reducir su costo, condicional al costo de la empresa j, como

$$\Delta(\Pi_i | c_j) = \Pi(c_L, c_j) - \Pi(c_H, c_j), \quad \forall c_j \in \{c_L, c_H\}. \tag{5.3}$$

Los beneficios esperados de la empresa i se pueden escribir como

$$E(\Pi_i) = e(\pi_i(e_j) - b_i) + E(\Pi_i | c_i = c_H), \tag{5.4}$$

donde $\pi_i(e_j)$ es el valor esperado de reducir el costo sobre el posible costo de la empresa j y está determinado por

$$\pi_i(e_j) = e_j \Delta(\Pi_i | c_L) + (1 - e_j)\Delta(\Pi_i | c_H); \tag{5.5}$$

el término $E(\Pi_i|c_i = c_H)$ es la esperanza de los beneficios de la empresa i sobre el posible costo de la empresa j condicional a que i tiene costo alto y está determinado por

$$E(\Pi_i|c_i = c_H) = e_j \Pi(c_H, c_L) + (1 - e_j)\Pi(c_H, c_H). \tag{5.6}$$

Comparando las expresiones (4.1) y (5.4), observamos que los beneficios esperados de la empresa monopólica tienen la misma forma que los beneficios esperados de una empresa en un duopolio, con la diferencia de que en un duopolio se tiene un valor esperado sobre el posible costo de la empresa competidora. Es decir, en el caso de monopolio, π respresenta el valor de la reducción de costo; no obstante, en el caso de duopolio, $\pi_i(e_j)$ es el valor esperado de reducir el costo, ya que éste dependerá del costo de la otra empresa. Si $e = 0$, el monopolio obtiene los beneficios de costo alto, $\Pi(c_H)$; sin embargo, una empresa en duopolio obtiene la esperanza de los beneficios condicional a que la empresa es ineficiente, $E(\Pi_i|c_i = c_H)$.[10]

Por lo tanto, si resolvemos el problema de maximización de cada empresa dado por (*Max*), obtendremos la misma solución que en el caso de monopolio en la ecuación (4.2) con la diferencia de que ahora la solución depende de $\pi_i(e_j)$ en lugar de π. Por lo tanto, la solución al problema de maximización de cada empresa es la función de mejor respuesta para la elección de esfuerzo. Retomando la solución al problema de maximización en (4.2) y reordenando la expresión para $\pi_i(e_j)$ en (5.5), podemos escribir la función de mejor respuesta de la empresa i para la elección de esfuerzo como

$$e_i(e_j) = \frac{\Delta(\Pi_i|c_H)}{2} - \frac{[\Delta(\Pi_i|c_H) - \Delta(\Pi_i|c_L)]}{2} e_j, \quad \forall i = 1, 2. \tag{5.7}$$

Por la expresión anterior, es sencillo observar que los esfuerzos de las empresas serán sustitutos estratégicos si y sólo si $\Delta(\Pi_i|c_H) > \Delta(\Pi_i|c_L)$. Es decir, si es más beneficioso para

[10] En adelante, nos referimos a las empresas que logran reducir el costo marginal a c_L como *eficientes* y a las que permanecen con costo marginal c_H como *ineficientes*.

la empresa i reducir su costo cuando la empresa j mantiene el costo alto que cuando j lo reduce, entonces los esfuerzos son sustitutos estratégicos. La intuición de este resultado es la siguiente. Si la empresa j incrementa su esfuerzo, entonces aumenta la probabilidad de que reduzca su costo. Si la empresa i prefiere reducir el costo cuando la empresa j es ineficiente, entonces el beneficio esperado de reducir el costo para i disminuye si j incrementa su esfuerzo (ya que es más probable que j también lo reduzca). Si el beneficio esperado de reducir el costo disminuye para i, entonces se vuelve menos atractiva su reducción, por lo que disminuyen los incentivos para reducirlo. En consecuencia, la empresa i disminuye su esfuerzo. En pocas palabras, un aumento en el esfuerzo de la empresa j disminuye el esfuerzo que realiza la empresa i.

Resolviendo el sistema de ecuaciones de mejor respuesta en (5.7), se encuentra que el único Equilibrio de Nash es simétrico y está dado por

$$e_i = \frac{\Delta(\Pi_i|c_H)}{2 + [\Delta(\Pi_i|c_H) - \Delta(\Pi_i|c_L)]}, \quad \forall i = 1, 2. \tag{5.8}$$

En el equilibrio Cournot de dos empresas con costos marginales diferentes, los beneficios de la empresa i están dados por

$$\Pi_i(c_i, c_j) = \left(\frac{1 - 2c_i + c_j}{3} \right)^2. \tag{5.9}$$

Utilizando la definición en (5.3) y la función de beneficios en (5.9), podemos obtener el esfuerzo en equilibrio sustituyendo en la expresión en (5.8), dado por

$$e^D = \frac{2c}{9 + 2c^2}. \tag{5.10}$$

Proposición 1. *Supongamos que se cumple la condición de solución interior. El esfuerzo realizado por una empresa en un duopolio será mayor al esfuerzo realizado por un monopolio* *si y sólo si la reducción de costo es suficientemente alta; formalmente*

$$e^D \geq e^M \iff c \geq c^* \approx 0.2457.$$

La Proposición 1 establece que si una empresa ingresa al mercado de un monopolio, entonces el monopolista incrementará su eficiencia interna si y sólo si la reducción de costo es suficientemente alta. De lo contrario, cada una de las empresas en duopolio realizarán un menor esfuerzo al que realizaba el monopolista. En nuestro modelo existen dos efectos contrarios en la relación entre número de empresas y los incentivos por incrementar la eficiencia interna: el *efecto de escala* y el *de costo de oportunidad*. Por un lado, un incremento en el número de empresas disminuye los beneficios de las empresas en general, ya que la proporción del mercado que cubre cada empresa disminuye. Por lo tanto, el beneficio marginal de reducir el costo disminuye y en consecuencia se disminuyen los incentivos por incrementar la eficiencia interna. Raith (2003) denomina a este efecto como *efecto de escala*.

Por otro lado, existe otro efecto que denominamos *efecto de costo de oportunidad*. Cuando el monopolista goza de todo el mercado, entonces el costo de oportunidad de reducir el costo es mayor que cuando compite con otra empresa, ya que en un duopolio existe la posibilidad de que una empresa reduzca el costo y la otra no. En cambio, el monopolista puede ser ineficiente y seguir gozando de todo el mercado. Es decir, al entrar una segunda empresa al mercado se disminuye el beneficio obtenido en caso de permanecer ineficiente, ya que ser una empresa ineficiente es peor cuando existen otras empresas eficientes. El costo de oportunidad de reducir el costo son los beneficios que se obtienen si se permanece ineficiente. En general, si el costo de oportunidad de una alternativa disminuye, entonces la alternativa se vuelve más deseable.[11]

De acuerdo con la Proposición 1, cuando la reducción de costo implica una ganancia en eficiencia baja, $c < c^*$, entonces el efecto de costo de oportunidad es pequeño. Esto es porque en un duopolio no es tan perjudicial ser la empresa ineficiente debido a que la diferencia en eficiencia no es tan grande. Por lo tanto, el efecto de escala es mayor al de costo de oportunidad y la entrada de una empresa causa una disminución en los incentivos para incrementar la eficiencia interna del monopolista.

No obstante, cuando la reducción de costo conlleva un aumento en eficiencia suficientemente grande, $c \geq c^*$, entonces el efecto de costo de oportunidad es mayor. Esto es porque en un duopolio, si una empresa tiene costo alto, mientras la otra logra disminuir su costo, entonces la diferencia en eficiencia causa que los beneficios de la empresa ineficiente sean menores. En este sentido, se vuelve relativamente más perjudicial no lograr reducir el costo. De tal modo que, a pesar de que el efecto de escala disminuye el beneficio marginal de reducir el costo, el efecto de costo de oportunidad es mayor. Por lo tanto, si una empresa entra al mercado del monopolista y la industria se convierte en un duopolio, el monopolista incrementa su esfuerzo por reducir su costo ante la amenza de convertirse en la empresa ineficiente del mercado.

5.2. Oligopolio de N empresas

En esta sección generalizamos el modelo a una industria oligopólica con N empresas. Sea $\mathcal{N}$ el conjunto de todas las empresas en el mercado. El costo marginal de la empresa i

[11] Para clarificar esta idea consideremos el siguiente ejemplo. Supongamos que el costo de oportunidad de estudiar una carrera profesional (el beneficio de la segunda alternativa más beneficiosa) es el salario que se obtendría trabajando en lugar de estudiar. En un primer momento, supongamos que el costo de oportunidad es alto, por ejemplo, se podría conseguir un salario de $10,000 mensuales. Sin embargo, si el costo de oportunidad disminuye, por ejemplo, el salario que se podría conseguir trabajando disminuye a $5,000, entonces se vuelve más atractivo estudiar una carrera profesional, ya que el no estudiar una carrera profesional es menos llamativo. En este sentido, decimos que cuando disminuye el costo de oportunidad de una alternativa, entonces esa alternativa se vuelve más atractiva.

está dado por

$$c_i \in \{c_L, c_H | c_L = 0, c_H = c \in (0, 1/N]\}, \quad \forall i \in \mathcal{N}, \tag{5.11}$$

y la probabilidad de reducir el costo está determinada por

$$e_i = prob.\{c_i = c_L\}, \quad \forall i \in \mathcal{N}. \tag{5.12}$$

En un principio, todas las empresas son de costo alto; no obstante, después de las realizaciones de costo de las empresas, potencialmente existirán empresas de costo bajo y alto. Sean $\mathcal{L}$ y $\mathcal{H}$ los conjuntos de empresas de costo bajo y alto, respectivamente, después de las realizaciones de costo. Defina $N = n(\mathcal{N})$, $L = n(\mathcal{L})$ y $H = n(\mathcal{H})$. Es decir, de las N empresas totales, L empresas reducen su costo y H permanecen con costo alto. De tal forma que por definición $\mathcal{N} = \mathcal{L} \cup \mathcal{H}$ y $N = L + H$. Defina el perfil de empresas $\mathcal{C}_{-i} = (c_1, ..., c_{i-1}, c_{i+1}, ..., c_N)$. El perfil de empresas $\mathcal{C}_{-i}$ es la distribución final de costos entre todas las empresas menos la empresa i.

Las variables L y H son aleatorias. Como N es fijo, sin pérdida de generalidad centramos el análisis en L. Por la simetría de las empresas, es igual para la empresa i que la empresa j reduzca su costo a que la empresa j' lo reduzca. Entonces, los beneficios de la empresa i sólo dependerán del número de empresas que reduzcan su costo. Sea $\Pi_i(c_i|L)$ la función de beneficios de la empresa i dado su propio costo y el número de empresas que redujeron su costo. Los beneficios esperados de la empresa i dependen de dos variables aleatorias: su propio costo y el número de empresas que redujeron su costo. Por la Ley de Esperanzas Iteradas, para calcular el valor esperado de los beneficios de i, primero, encontramos el valor esperado condicional al costo de la empresa i y, después, calculamos el valor esperado sobre el posible costo de la empresa i. La probabilidad de que L empresas reduzcan su costo condicional a que la empresa i permanece con costo alto está dada por

$$P(L = l|c_i = c_H) = \sum_{\mathcal{C}_{-i}|L=l} \left[\prod_{k \in \mathcal{L}} e_k \prod_{j \in \mathcal{H}} (1 - e_j) \right]. \tag{5.13}$$

La probabilidad de que L empresas reduzcan su costo condicional a que la empresa i también reduce su costo está dada por

$$P(L = l|c_i = c_L) = \sum_{\mathcal{C}_{-i}|L=l-1} \left[\prod_{k \in \mathcal{L}} e_k \prod_{j \in \mathcal{H}} (1 - e_j) \right]. \tag{5.14}$$

Para entender estas expresiones, supongamos que la empresa i reduce su costo, entonces la probabilidad de que L empresas reduzcan su costo en total es igual a la probabilidad de que haya $L - 1$ empresas dentro de las $N - 1$ empresas restantes, es decir, dentro del perfil $\mathcal{C}_{-i}$. En general, se tiene $e_j \neq e_{j'}$. Es decir, la probabilidad de que la empresa j reduzca su costo es diferente a la probabilidad de que la empresa j' lo reduzca. Por lo tanto, se tienen que considerar todos los perfiles $\mathcal{C}_{-i}$ posibles en los que existen $L - 1$ empresas de costo bajo. Sin embargo, la probabilidad para cada perfil es diferente. Por ejemplo, supongamos $i = 1$. Un perfil posible es $\tilde{\mathcal{C}}_{-i}$ en el que las primeras L empresas reducen su costo (incluida $i = 1$) y las siguientes $N - L$ empresas permanecen con costo alto. La probabilidad del perfil $\tilde{\mathcal{C}}_{-i}$ condicional a que la empresa i reduce su costo es $\prod_{k=2}^{L} e_k \prod_{j=L+1}^{N} (1 - e_j)$. Al igual que el perfil $\tilde{\mathcal{C}}_{-i}$, existen otros perfiles $\mathcal{C}_{-i}$ en los que el número de empresas que reducen el costo es igual a $L - 1$. De esta forma, la probabilidad total de que existan L empresas de costo bajo, dado que la empresa i reduce su costo, es la suma de la probabilidad de todos los perfiles $\mathcal{C}_{-i}$ en los que existen $L - 1$ empresas de costo bajo, dada por la ecuación (5.14). Siguiendo el mismo ejercicio se puede deducir la expresión en (5.13) para $P(L = l|c_i = c_H)$.

Con las probabilidades condicionales dadas en (5.13) y (5.14) podemos calcular los beneficios esperados condicionales al costo de la empresa i dados por

$$E\left[\Pi_i(c_H)\right] = \sum_{l=0}^{N-1} P(L=l|c_i=c_H)\Pi_i(c_H|l), \tag{5.15}$$

$$E\left[\Pi_i(c_L)\right] = \sum_{l=1}^{N} P(L=l|c_i=c_L)\Pi_i(c_L|l). \tag{5.16}$$

Por la Ley de Esperanzas Iteradas podemos calcular la esperanza total de los beneficios de la empresa i como

$$E(\Pi_i) = e_i E\left[\Pi_i(c_L)\right] + (1-e_i)E\left[\Pi_i(c_H)\right]. \tag{5.17}$$

Con la expresión en (5.17) podemos construir el problema de maximización dado por (*Max*) de la empresa i al igual que en los casos de monopolio y duopolio. Sin embargo, como se mostró anteriormente, el contrato óptimo de la empresa i dependerá de π, el beneficio esperado de disminuir costo. En el caso de duopolio, el valor esperado de disminuir el costo es sobre los posibles costos de la otra empresa. En este caso, el valor esperado de disminuir el costo está dado por $\pi_i(e_{-i})$. Es el valor esperado sobre los posibles costos de todas las demás empresas. Para encontrar la función $\pi_i(e_{-i})$, supongamos que la empresa i permanece con costo alto y L empresas reducen su costo. Entonces, la empresa i recibe beneficios $\Pi_i(c_H|L)$. Si la empresa i hubiera reducido su costo, entonces existirían $L+1$ empresas de costo bajo, las L empresas originales de costo bajo más la empresa i. Entonces, si la empresa i hubiera reducido su costo, sus beneficios serían $\Pi_i(c_L|L{+}1)$. De tal forma que, si L empresas reducen su costo, el beneficio de disminuir el costo para la empresa i está dado por

$$\Delta(\Pi_i|L) = \Pi_i(c_L|L+1) - \Pi_i(c_H|L). \tag{5.18}$$

Por definición, $\pi_i(e_{-i}) = E[\Delta(\Pi_i|L)]$. Para calcular $E[\Delta(\Pi_i|L)]$, es necesario sacar el valor esperado sobre la variable L. Recordando la expresión (5.13) para el valor esperado de L

condicional a que la empresa i permanece con costo alto, entonces obtenemos

$$\pi_i(e_{-i}) = \sum_{l=0}^{N-1} P(L = l | c_i = c_H) \Delta(\Pi_i | l). \tag{5.19}$$

Recordemos por la expresión (4.2) que la solución al problema de maximización en el caso de monopolio es $e = \pi/2$. Por lo tanto, la función de mejor respuesta para la empresa i en el caso de oligopolio está dada por

$$e_i(e_{-i}) = \frac{\pi_i(e_{-i})}{2}. \tag{5.20}$$

Proposición 2. *Supongamos que la condición de solución interior se cumple. En el único Equilibrio de Nash simétrico para el caso de un oligopolio de N empresas que compiten en cantidades, el esfuerzo para cada empresa está determinado por*

$$e^N = \frac{\Delta(\Pi_i|0)}{2 + (N-1)[\Delta(\Pi_i|0) - \Delta(\Pi_i|1)]}. \tag{5.21}$$

La Proposición 2 indica el esfuerzo de cada empresa en el único equilibrio simétrico. Esto no excluye la posibilidad de la existencia de otros equilibrios asimétricos. No obstante, dada la simetría *ex ante* de las empresas, decimos que este equilibrio es el más factible. Por lo tanto, sólo nos limitamos a analizar el equilibrio simétrico del juego.[12]

En el equilibrio Cournot de N empresas con costos asimétricos c_L y c_H, la función de beneficios de la empresa i está dada por

$$\Pi_i(c_H|L) = \left(\frac{1 - c(L+1)}{N+1}\right)^2 \quad \text{si} \quad i \in \mathcal{H}; \tag{5.22}$$

[12]Hermalin (1994) prueba la existencia de equilibrios asimétricos para un contexto más general. No obstante, no establece bajo qué mecanismo se puede alcanzar un equilibrio asimétrico en lugar de uno simétrico.

$$\Pi_i(c_L|L) = \left(\frac{1 + c(N - L)}{N + 1}\right)^2 \quad \text{si} \quad i \in \mathcal{L}. \tag{5.23}$$

Sustituyendo ambas expresiones en la definición de $\Delta(\Pi_i|L)$ dada por (5.18) y utilizando la Proposición 2 encontramos el esfuerzo para cada empresa en el equilibrio simétrico, dado por

$$e^N = \frac{Nc(2(1 - c) + Nc)}{2(N + 1)^2 + 2N(N - 1)c^2}. \tag{5.24}$$

Proposición 3. *Defina $e(n)$ como el esfuerzo en el equilibrio simétrico dado por* (5.24) *cuando existen $N = n$ empresas. Supongamos que se cumple la condición de solución interior, entonces*

$$e(n) \geq e(n + 1) \quad \forall n \geq 2.$$

En la sección anterior mostramos que la diferencia entre el esfuerzo realizado por una empresa monopolista y una en un duopolio podía ser positiva o negativa, dependiendo del tamaño de la reducción de costo dado por c. No obstante, La Proposición 3 establece que cuando entra una empresa al mercado a partir de la tercera, entonces el nivel de esfuerzo disminuirá en el equilibrio simétrico. Las Proposiciones 1 y 3 establecen conjuntamente que el efecto de costo de oportunidad es menor al efecto escala y, por tanto, la relación entre el número de empresas y el esfuerzo por reducir el costo es negativa, a menos de que se considere un monopolio y una reducción de costo suficientemente alta, $c \geq c^*$.[13]

Para observar la interacción del efecto de escala y el efecto de costo de oportunidad, reescribimos el segundo término del denominador de la expresión (5.21) para el esfuerzo óptimo como

$$(N - 1)[\Delta(\Pi_i|0) - \Delta(\Pi_i|1)] = \frac{2N(N - 1)c^2}{(N + 1)^2}. \tag{5.25}$$

[13]En este sentido decimos que la relación entre competencia e incentivos es decreciente o en forma de U invertida, dependiendo del tamaño de la reducción de costo. Schmidt (1997) encuentra un resultado similar al analizar un mercado en el que las empresas compiten en precios. No obstante, su modelo incluye una probabilidad de quiebra de las empresas que afecta negativamente la utilidad de los agentes. En la sección 6.2 se discute el resultado de nuestro modelo en un mercado con competencia en precios y se contrasta con sus conclusiones.

Es sencillo demostrar que la expresión en (5.25) incrementa ante un incremento de N para cualquier $N \geq 1$. Por lo tanto, cuando incrementa el número de empresas en el mercado, *ceteris paribus*, incrementa el denominador de la expresión en (5.21) y se reduce el esfuerzo en equilibrio. $\Delta(\Pi_i|0)$ es el beneficio de ser la única empresa que disminuye el costo; en cambio, $\Delta(\Pi_i|1)$ es el beneficio de disminuir el costo si otra empresa también lo disminuye. Intuitivamente, $\Delta(\Pi_i|0) > \Delta(\Pi_i|1)$. Es decir, la empresa i prefiere reducir su costo si es la única empresa que lo reduce, a reducirlo cuando otra empresa también lo reduce. Por la ecuación (5.25) podemos obtener que esta diferencia incrementa conforme aumenta N. En otras palabras, si existen más empresas en el mercado, entonces la diferencia entre los beneficios de ser la única empresa que incrementa su eficiencia interna y los beneficios de incrementar la eficiencia interna en conjunto con otra empresa es mayor. Esto es porque un incremento en el número de empresas incrementa la competencia y, en este sentido, entre más competidores existen se vuelve más atractivo *ser el ganador de la competencia*. No obstante, todas las empresas internalizan este hecho y saben que entonces es menos probable que sean las únicas en reducir el costo, ya que el *premio* es más atractivo y las empresas se esforzarán más por obtenerlo.[14] Por lo tanto, debido a esta disminución en la probabilidad de ser la única empresa que reduzca su costo, disminuye el beneficio marginal esperado de la reducción de costo y, entonces, también los incentivos por ser más eficiente internamente. En otras palabras, el denominador de la ecuación (5.21) disminuye conforme incrementa N por un efecto de escala, bajo el cual una mayor competencia disminuye el beneficio marginal esperado de la reducción de costo.

Reescribimos el numerador de la expresión (5.21) como $\Delta(\Pi_i|0) = \Pi_i(c_L|1) - \Pi_i(c_H|0)$. Por la forma de la función de beneficios en el equilibrio Cournot, el primer término disminuye y el segundo incrementa conforme aumenta N. $\Pi_i(c_L|1)$ son los beneficios de la empresa i cuando es la única empresa eficiente en el mercado. Estos beneficios disminuyen conforme

[14] Para entender mejor esta intuición, recuerde la intuición de la sustitubilidad estratégica en la elección de esfuerzo en el caso de duopolio dada para la expresión (5.7).

incrementa N debido a un efecto de escala. En cambio, $\Pi_i(c_H|0)$ son los beneficios de la empresa i cuando no existe ninguna empresa eficiente en el mercado. Es decir, es el costo de oportunidad de la empresa i de reducir su costo cuando ninguna otra empresa lo ha reducido. Estos beneficios también disminuyen conforme incrementa el número de empresas. Como se explicó en la sección 5.1 de duopolio, cuando el costo de oportunidad de una alternativa disminuye, entonces la alternativa se vuelve más atractiva. Es decir, como el beneficio de no reducir el costo disminuye conforme incrementa el número de empresas, entonces esto hace que los incentivos por aumentar la eficiencia interna incrementen. Previamente, hemos denominado a este efecto como efecto de costo de oportunidad.

En resumen, cuando incrementa el número de empresas en el mercado, existe un efecto de escala que disminuye la probabilidad de ser la única empresa que reduce el costo y también disminuyen los beneficios de ser la única empresa eficiente en el mercado. En conjunto, el efecto de escala disminuye el beneficio marginal esperado de reducir el costo y, por lo tanto, desincentiva el esfuerzo por incrementar la eficiencia interna. No obstante, cuando incrementa el número de empresas, también existe el efecto de costo de oportunidad, que disminuye el costo de oportunidad de reducir el costo, por lo que incrementar la eficiencia interna se vuelve, *ceteris paribus*, más atractivo y entonces se incrementa el esfuerzo por reducir el costo.

Hasta ahora, nuestro modelo está restringido a que todas las empresas estén activas en equilibrio. Esto se transforma en que, si se quiere analizar mercados con un número de empresas alto, entonces necesariamente se necesita suponer que la diferencia de eficiencia entre las empresas que permanecen con costo alto y las que logran reducir el costo es pequeña para que las empresas ineficientes continúen activas en equilibrio. Por la expresión (5.11), la condición de solución interior impone $c \leq 1/N$. Por lo tanto, el efecto costo de oportunidad es menor para mercados con un mayor número de empresas por construcción, ya que no disminuir el costo no es tan perjudicial porque la diferencia en eficiencia está acotada por arriba. Por lo tanto, el efecto de costo de oportunidad pierde presencia conforme se incrementa el número de empresas y entonces el efecto de escala se vuelve dominante. Intuitivamente, la condición de solución interior del modelo no admite la posibilidad de que las empresas ineficientes salgan del mercado; por lo tanto, esto disminuye el efecto de costo de oportunidad, ya que ser ineficiente no es tan perjudicial.

Otra forma de interpretar la condición de solución interior es que para que todas las empresas se encuentren activas en equilibrio, el número de empresas tiene que ser suficientemente bajo. En términos formales, la condición de solución interior equivale a $N \leq 1/c$. No obstante, la fracción $1/c$ puede ser un número no entero. Por lo tanto, expresamos la condición de solución interior como

$$N \leq \bar{N} = \left\{ N \in \mathbb{N} \middle| N \leq \frac{1}{c}, N + 1 > \frac{1}{c} \right\}. \tag{5.26}$$

A pesar de que la restricción $N \leq \bar{N}$ parece ser muy restrictiva, previamente se mostró que la no monotonicidad de $e(n)$ se observa, en efecto, para valores menores a $\bar{N}$. Asimismo, en la sección 6.1.2 analizamos el caso en el que $N > \bar{N}$. Como veremos más adelante, en este caso no se puede encontrar una expresión explícita para el esfuerzo en equilibrio. Sin embargo, en la sección 6.1.1 mostramos cómo cambia el equilibrio en el caso de duopolio cuando se relaja la condición de solución interior y la intución subyacente. Esto nos permite realizar una conjetura de qué pasa en el equilibrio de oligopolio si se relaja la condición de solución interior y suponemos $N > \bar{N}$. Por medio de un contraejemplo, demostraremos que la relación no se vuelve, en general, monotónica, sino presuntamente mantiene la no monotonicidad encontrada previamente. No obstante, dada la naturaleza del equilibrio es difícil probar la no monotonicidad en general.

En el modelo de competencia en cantidades con costos simétricos se implementa competencia perfecta por medio de suponer $N \to \infty$. En nuestro modelo, la asignación de competencia perfecta es trivial. En ausencia de costos fijos, competencia perfecta implica precio igual a costo marginal. Por lo tanto, no existen incentivos por reducir el costo, ya que la ganancia en beneficios es nula. Si existe un infinito de empresas, entonces un infinito de empresas reducirá su costo en valor esperado y se tiene un beneficio esperado cero por incrementar la eficiencia interna.[15]

[15] En un modelo con competencia parametrizada, Schmidt (1994) determina que el esfuerzo en el equilibrio de competencia perfecta sólo depende del efecto que tiene la probabilidad de que la empresa no opere en equilibrio en la utilidad del agente. No obstante, en nuestro modelo nos abstraemos de este hecho, por lo que el nivel de esfuerzo es cero en competencia perfecta.

6. Extensiones

Hasta el momento hemos mantenido tres supuestos en el modelo: 1) se impone una condición de solución interior, la cual asegura que todas las empresas están activas en el equilibrio sin importar sus costos; 2) las empresas compiten en cantidades, y 3) los agentes son neutrales al riesgo y las empresas ofrecen un contrato de deuda. En esta sección analizamos los resultados del modelo relajando estos supuestos.

En primer lugar, en la sección 6.1 relajamos la condición de solución interior en general y permitimos que las empresas ineficientes no produzcan en equilibrio. Analizamos el caso de duopolio y generalizamos el modelo a un oligopolio de N empresas. El caso de duopolio nos da la intuición detrás de relajar la condición de solución interior. No obstante, en la generalización de un mercado con N empresas encontramos que el equilibrio del modelo no se puede determinar analíticamente y, por lo tanto, no podemos analizar formalmente la relación entre el número de empresas y los incentivos para incrementar la eficiencia interna. No obstante, por medio de un contraejemplo, mostramos que nuestros resultados cualitativos no varían, en general.

En segundo lugar, en la sección 6.2 analizamos una industria en la que las empresas compiten en precios. El análisis del modelo es notablemente más sencillo. Encontramos que los resultados cualitativos del modelo no cambian. No obstante, discutimos cómo cambia la relación entre los efectos de escala y de costo de oportunidad debido al cambio en la estructura de competencia del mercado. Por último, en la sección 6.3 consideramos un contexto de riesgo moral más amplio. Primero, suponemos que el agente es averso al riesgo. Segundo, suponemos que la empresa le ofrece un contrato accionario al agente, bajo el cual se ofrece un pago fijo y una fraccción de los beneficios independientes de la realización del costo marginal. En ambos casos se observa que los resultados cualitativos del modelo no varían.

6.1. Salida de empresas: condición de solución interior

6.1.1. Duopolio

Supongamos un duopolio con las mismas características que en la sección 5.1 excepto que ahora $c > 1/2$, de tal forma que, si una empresa reduce su costo y la otra permanece con costo alto, entonces la empresa ineficiente no produce en equilibrio. En el equilibrio de duopolio Cournot con costos asimétricos, se observa que en cualquier otro caso se obtienen beneficios positivos; es decir, $\Pi(c_i, c_j) > 0$ para todo $c_i = c_j < 1$ y $\Pi(c_L, c_H) > 0$ para todo $c_L < c_H \leq 1$.[16] Asimismo, si una empresa es de costo alto y la otra es de costo bajo, como la empresa de costo alto no producirá en equilibrio, entonces la empresa de costo bajo producirá la cantidad de monopolio.[17] Por lo tanto, relajar la condición de solución interior del modelo exige dos modificaciones. En primer lugar, $\Pi_i(c_H, c_L) = 0$, por lo tanto se tiene

$$\Delta(\Pi_i | c_L) = \Pi_i(c_L, c_L). \tag{6.1}$$

En segundo lugar, los beneficios de una empresa con costo bajo dado que su competidora tiene costo alto están dados ahora por la expresión en (4.3) para los beneficios de monopolio. De tal forma que, en lugar de $\Pi(c_L, c_H)$, ahora tenemos

$$\Pi(c_L) = \left(\frac{1 - c_L}{2} \right)^2. \tag{6.2}$$

[16] Estas dos afirmaciones se pueden demostrar fácilmente por la expresión en (5.9) para los beneficios en equilibrio.

[17] Este hecho se puede demostrar con la función de mejor respuesta de competencia en duopolio Cournot con costos asimétricos. Si una empresa produce cero, entonces la mejor respuesta de la otra empresa es producir la cantidad de monopolio.

Siguiendo el mismo procedimiento que en la sección 5.1, obtenemos la expresión para el nivel de esfuerzo en equilibrio, dada por

$$e^{SE} = \frac{\Pi(c_L) - \Pi(c_H, c_H)}{2 + [\Pi(c_L) - \Pi(c_H, c_H) - \Pi_i(c_L, c_L)]}. \tag{6.3}$$

En este caso, existe una solución de esquina (SE) en la determinación del Equilirbio de Nash en el equilibrio de duopolio Cournot. Reescribimos la ecuación para el nivel de esfuerzo en duopolio cuando se sostiene la condición de solución interior (SI) dada por (5.26) como

$$e^{SI} = \frac{\Pi(c_L, c_H) - \Pi(c_H, c_H)}{2 + [\Pi(c_L, c_H) - \Pi(c_H, c_H) - \Pi_i(c_L, c_L) + \Pi(c_H, c_L)]}. \tag{6.4}$$

Nótese que en el denominador de e^{SI} en la ecuación (6.4) aparece $\Pi(c_H, c_L)$, mientras que en el denominador de e^{SE} en la expresión (6.3) este término no aparece. Asimismo, por construcción $\Pi(c_L) \geq \Pi(c_L, c_H)$. Por lo tanto, se obtiene que $e^{SE} \geq e^{SI}$. Es decir, las empresas realizan un mayor esfuerzo por reducir el costo cuando existe la posibilidad de estar inactiva en el equilibrio. La intución de este resultado es que, si permitimos que la diferencia en eficiencia sea tal que la empresa ineficiente esté inactiva en el equilibrio, entonces la amenaza de no reducir el costo incrementa. En otras palabras, se incrementa el efecto de costo de oportunidad, ya que no reducir el costo se vuelve menos atractivo porque existe la posibilidad de que no reducir el costo sea igual a no producir.

Sustituyendo las expresiones (5.9) y (6.2) en (6.3) obtenemos el esfuerzo en equilibrio cuando la condición de solución interior no se sostiene, dado por

$$e^{SE} = \frac{(1 + 2c)(5 - 2c)}{73 + 8c - 4c^2}. \tag{6.5}$$

De esta forma, por la expresión (5.10) podemos establecer de forma general el esfuerzo por reducir el costo de las empresas en equilibrio en un duopolio como

$$e^D = \begin{cases} \dfrac{2c}{9+2c^2} & \text{si} \quad c \leq 1/2 \\ \\ \dfrac{(1+2c)(5-2c)}{73+8c-4c^2} & \text{si} \quad c > 1/2. \end{cases} \tag{6.6}$$

Proposición 4. *Sean* e^D *y* e^M *el esfuerzo óptimo en el único Equilibrio de Nash en un duopolio y monopolio, respectivamente. Entonces, existen* $c^* \approx 0.2457$ *y* $c^{**} \approx 0.6792$ *tales que*

$$e^D \geq e^M \iff c \in [c^*, c^{**}]. \tag{6.7}$$

En primera instancia, la Proposición 4 parece contraintuitiva, ya que permitir que las empresas ineficientes no produzcan en equilibrio incrementa el efecto de costo de oportunidad. Por lo tanto, esperaríamos que el esfuerzo en duopolio fuera mayor al de monopolio para cualquier nivel de $c \geq c^*$ si se relaja la condición de solución interior. No obstante, este no es el caso. Si se tiene una reducción de costo suficientemente grande, $c > c^{**}$, entonces el monopolista realizará más esfuerzo que una empresa en duopolio (ver figura 1). La intución de este resultado es la siguiente. Es claro que el esfuerzo del monopolista por reducir el costo es mayor para niveles mayores de c. Esto es porque entre mayor es c, la reducción de costo se vuelve más beneficiosa y, entonces, el monopolista se esforzará más por obtenerla.

Anteriormente, en el caso de duopolio, observamos que para $c \geq c^*$, el duopolista realiza un esfuerzo mayor que el monopolista debido al incremento en el efecto de costo de oportunidad. En principio, el permitir que las empresas ineficientes no produzcan en equilibrio incrementa el efecto de costo de oportunidad; por lo tanto, observamos $e^{SE} \geq e^{SI}$. No obstante, para niveles de $c > 1/2$, el costo de oportunidad de incrementar la eficiencia interna se vuelve constante con respecto a c. Los beneficios de la empresa ineficiente se vuelven cero, mas no continúan disminuyendo conforme incrementa c. Por lo tanto, el efecto de costo de

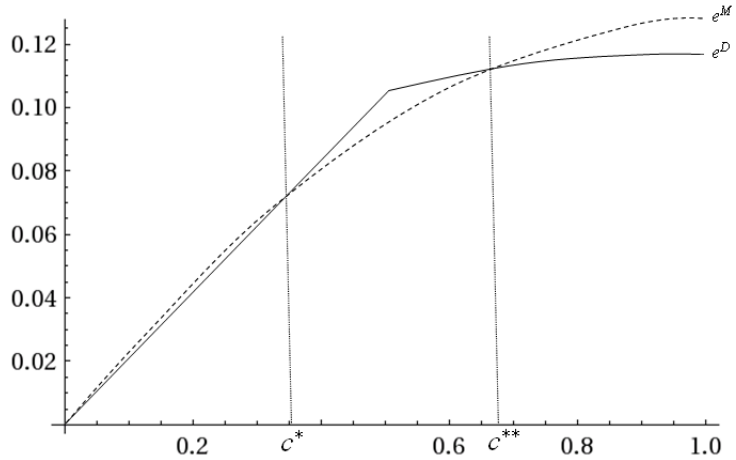

Figura 1: Esfuerzo en equilibrio: monopolio (e^M) y duopolio (e^D)

oportunidad comienza a perder fuerza relativamente. Es decir, relajar la condición de solución interior incrementa el efecto de costo de oportunidad, mas lo lleva al extremo y, entonces, sue vuelve menor relativamente al efecto de escala.

Por ejemplo, los beneficios de no reducir el costo cuando la empresa competidora reduce su costo son iguales a cero para $c = 3/4$ y para $c = 4/5$. La amenaza de no reducir el costo, que es lo que incrementa el esfuerzo, es igual en ambos casos. No obstante, en un monopolio el esfuerzo por reducir el costo será claramente mayor en el caso en que $c = 4/5$, ya que supone un incremento mayor en beneficios. Por lo tanto, para niveles de $c > c^{**}$, el monopolista tendrá un gran incentivo por reducir su costo, mientras que el efecto de costo de oportunidad tendrá el mismo efecto que para niveles menores de c.

El caso de duopolio muestra la intuición detrás de relajar la condición de solución interior. Si permitimos que las empresas ineficientes no produzcan en equilibrio, entonces *ceteris paribus* las empresas realizarán un mayor esfuerzo ($e^{SE} \geq e^{SI}$). No obstante, si se incrementa el número de empresas en el mercado, entonces el efecto de costo de oportunidad tendrá un límite y, por lo tanto, se suaviza conforme la reducción de costo es más atractiva. Por lo tanto, esperamos que el efecto de escala termine por dominar al efecto de costo de oportunidad.

En el caso de un oligopolio de N empresas, observamos previamente que el efecto de costo de oportunidad puede ser mayor al efecto de escala cuando existen pocas empresas. No obstante, por la Proposición 3, el efecto de escala domina el efecto de costo de oportunidad para mercados con un mayor número de empresas. El caso de un duopolio muestra que relajar la condición de solución interior incrementa los incentivos por reducir el costo *ceteris paribus* debido a un mayor efecto de costo de oportunidad; no obstante, también se muestra que este efecto tiene un límite porque los beneficios no pueden ser menores a cero. Esta intuición nos lleva a conjeturar que relajar la condición de solución interior en un oligopolio de N empresas incrementará el efecto de costo de oportunidad, mas este incremento tendrá un límite, por lo que plausiblemente el efecto de escala seguirá dominando para mercados con un número suficientemente alto de empresas.

6.1.2. Oligopolio de N empresas

Suponga un oligopolio con las mismas características que en la sección 5.2 con la única diferencia de que ahora no se cumple la condición de solución interior, es decir, $N > \bar{N}$. En el equilibrio Cournot en un oligopolio de N empresas con costos asimétricos c_L y c_H, la cantidad producida por la empresa i está dada por

$$q_i(c_H|L) = \frac{1 - c(L+1)}{N+1} \quad \text{si} \quad i \in \mathcal{H}, \tag{6.8}$$

$$q_j(c_L|L) = \frac{1 + c(N-L)}{N+1} \quad \text{si} \quad i \in \mathcal{L}. \tag{6.9}$$

En primer lugar, se observa que las empresas con costo bajo siempre producirán más que las de costo alto y, por tanto, tendrán mayores beneficios.[18] En segundo lugar, la cantidad producida por una empresa ineficiente disminuye conforme incrementa el número de empresas

[18] Recordemos las expresiones para los beneficios en equilibrio dadas por (5.22) y (5.23), nótese que los beneficios son el cuadrado de las cantidades en equilibrio para todo i.

que reducen su costo. Por lo tanto, la empresa con menos beneficios en el equilibrio es una empresa ineficiente que compite con $N-1$ empresas que redujeron sus costos. Para obtener la condición de solución interior dada en (5.26), sustituimos $L=N-1$ en la expresión (6.8) y obtenemos que la cantidad producida por la única empresa ineficiente será no negativa si y sólo si $N \leq \bar{N}$.

Si $N > \bar{N}$, entonces existe la posibilidad de que las empresas que permanecen con costo alto no produzcan en equilibrio, mas esto dependerá del número de empresas que reducen su costo. Por la expresión (6.9), la cantidad producida por las empresas ineficientes será no negativa si y sólo si $L \leq \frac{1-c}{c}$. La fracción $\frac{1-c}{c}$ puede ser un número no entero. Por lo tanto, definimos

$$L^* = \left\{ L \in \mathbb{N} \middle| L \leq \frac{1-c}{c}, L+1 > \frac{1-c}{c} \right\}. \tag{6.10}$$

Las empresas ineficientes producirán en equilibrio si y sólo si $L \leq L^*$. Es decir, si L^* o menos empresas reducen su costo, entonces las empresas ineficientes podrán seguir activas en equilibrio. Sin embargo, si el número de empresas que reducen su costo es mayor a L^*, entonces las empresas ineficientes no estarán activas en equilibrio. Definamos los siguientes conjuntos

$$\mathcal{L}_1 = \left\{ L \in \mathcal{L} \middle| 0 \leq L \leq L^* - 1 \right\}, \tag{6.11}$$

$$\mathcal{L}^* = \left\{ L \in \mathcal{L} \middle| L = L^* \right\}, \tag{6.12}$$

$$\mathcal{L}_2 = \left\{ L \in \mathcal{L} \middle| L^* + 1 \leq L \leq N \right\}. \tag{6.13}$$

De tal forma que, si decimos que L_1 ó L^* empresas reducen su costo, entonces $q_i(c_H|L) \geq 0$ y, si L_2 empresas reducen su costo, entonces $q_i(c_H|L) = 0$. En primer lugar, si L_2 empresas reducen su costo, entonces $\Pi_i(c_H|L_2) = 0$, ya que las empresas ineficientes no producirán en equilibrio. En segundo lugar, si las empresas ineficientes no producen en equilibrio, entonces las empresas eficientes competirán en cantidades entre ellas, de tal forma que obtendrán beneficios

$$\widetilde{\Pi}_i(c_L|L_2) = \left(\frac{1}{L_2+1}\right)^2 \quad \forall L_2 \in \mathcal{L}_2. \tag{6.14}$$

Previamente, habíamos definido el valor de la reducción de costo como $\Delta(\Pi|L)$.[19] No obstante, en este caso, el valor de la reducción de costo está dado por

$$\Delta(\Pi_i|L_1) = \Pi_i(c_L|L_1+1) - \Pi_i(c_H|L_1) \qquad \forall L_1 \in \mathcal{L}_1, \tag{6.15}$$

$$\Delta(\Pi_i|L^*) = \widetilde{\Pi}_i(c_L|L^*+1) - \Pi_i(c_H|L^*) \qquad \forall L^* \in \mathcal{L}^*, \tag{6.16}$$

$$\Delta(\Pi_i|L_2) = \widetilde{\Pi}_i(c_L|L_2+1) \qquad \forall L_2 \in \mathcal{L}_2. \tag{6.17}$$

Es decir, si L_1 empresas reducen su costo, entonces las empresas ineficientes producen en equilibrio; por lo tanto, la definición del valor de la reducción de costo es la misma que en la expresión (5.18). Si L^* empresas reducen su costo, entonces las empresas ineficientes producen en equilibrio; no obstante, si una empresa ineficiente disminuye su costo, entonces las empresas ineficientes dejarán de producir en equilibrio y la estructura del mercado cambiará. Si L_2 empresas reducen su costo, entonces las empresas ineficientes no producen en equilibrio y, si logran reducir su costo, obtendrán los beneficios de competir en cantidades con las empresas de costo bajo. Recordemos, para encontrar el nivel de esfuerzo en equilibrio es necesario encontrar el valor esperado de los beneficios de reducir de costo, dado por la función

[19] La expresión (6.14) se puede obtener sustituyendo $H = 0$ en la función de mejor respuesta para las empresas de costo bajo en un modelo de olgopolio Cournot con costos asimétricos c_L y c_H. Nótese que la expresión (6.14) es igual a la función de beneficios en el equilibrio simétrico Cournot de L_2 empresas con costos marginales iguales a cero.

$\pi_i(e_{-i})$. En este caso, se tienen las siguientes probabilidades condicionales

$$P(L = l_1|c_i = c_H) = \sum_{\mathcal{C}_{-i}|L=l_1} \left[\prod_{k\in\mathcal{L}_1} e_k \prod_{j\in\mathcal{H}_1} (1 - e_j) \right], \qquad \forall l_1 = 0, ..., L^* - 1; \quad (6.18)$$

$$P(L = L^*|c_i = c_H) = \sum_{\mathcal{C}_{-i}|L=L^*} \left[\prod_{k\in\mathcal{L}^*} e_k \prod_{j\in\mathcal{H}^*} (1 - e_j) \right]; \quad (6.19)$$

$$P(L = l_2|c_i = c_H) = \sum_{\mathcal{C}_{-i}|L=l_2} \left[\prod_{k\in\mathcal{L}_2} e_k \prod_{j\in\mathcal{H}_2} (1 - e_j) \right], \quad \forall l_2 = L^* + 1, ..., N - 1; \quad (6.20)$$

donde $\mathcal{H}_1$ es el conjunto de empresas ineficientes si $N - L^* + 1 \leq H \leq N$; $\mathcal{H}^*$ es el conjunto de empresas ineficientes si $H = N - L^*$, y $\mathcal{H}_2$ es el conjunto de empresas ineficientes si $0 \leq H \leq N - L^* - 1$. Es decir, $\mathcal{H}_i = (\mathcal{L}_i)^c \; \forall i \in \{1,^*, 2\}$. El valor esperado de la reducción de costo para la empresa i está dado por

$$\pi_i(e_{-i}) = E[\Delta(\Pi_i|L_1)] + E[\Delta(\Pi_i|L^*)] + E[\Delta(\Pi_i|L_2)], \quad (6.21)$$

donde

$$E[\Delta(\Pi_i|L_1)] = \sum_{l_1=0}^{L^*-1} P(L = l_1|c_i = c_H)\Delta(\Pi_i|l_1), \quad (6.22)$$

$$E[\Delta(\Pi_i|L^*)] = P(L = L^*|c_i = c_H)\Delta(\Pi_i|L^*), \quad (6.23)$$

$$E[\Delta(\Pi_i|L_2)] = \sum_{l_2=L^*+1}^{N-1} P(L = l_2|c_i = c_H)\Delta(\Pi_i|l_2). \quad (6.24)$$

Al igual que antes, con la expresión en (6.21) para $\pi_i(e_{-i})$ podemos construir la función de mejor respuesta para la elección de esfuerzo dada por $e_i(e_{-i}) = \pi_i(e_{-i})/2$.

Proposición 5. *Sea e el esfuerzo por reducir el costo de cada empresa en el Equilibrio de Nash simétrico de un oligopolio de N empresas que compiten en cantidades. Entonces, el esfuerzo por reducir el costo realizado por cada empresa está determinado implícitamente* *por*

$$2e = \sum_{k=0}^{N-L^*-2} \rho(N, L^*, k) e^{N-1-k} + \varphi(N, L^*) e^{L^*} + 1(L^* > 0)\Delta(\Pi_i|0) - 1(L^* > 1)(N-1)[\Delta(\Pi_i|0) - \Delta(\Pi_i|1)]e, \quad (6.25)$$

donde

$$\rho(N, L^*, k) = \sum_{l=0}^{N-1-k} \binom{N-1}{l}\binom{N-1-l}{k}(-1)^{N-1-k-l} \Big(1(l < L^*)\Delta(\Pi_i|l_1 = l) + 1(l = L^*)\Delta(\Pi_i|L^* = l) + 1(l > L^*)\Delta(\Pi_i|l_2 = l)\Big), \quad (6.26)$$

$$\varphi(N, L^*) = \sum_{l=0}^{L^*} \binom{N-1}{l}\binom{N-1-l}{N-1-L^*}(-1)^{L^*-l} \Big(1(l < L^*)\Delta(\Pi_i|l_1 = l) + 1(l = L^*)\Delta(\Pi_i|L^* = l)\Big). \quad (6.27)$$

$1(exp)$ *es la función indicadora; es igual a 1 si exp es verdadera y 0 de lo contrario.*

La Proposición 5 establece el nivel de esfuerzo en el equilibrio simétrico de forma implícita. Nótese que el esfuerzo óptimo está determinado por un polinomio de grado $N-1$. Por lo tanto, no existe una solución analítica para el esfuerzo en equilibrio. Se puede asegurar que el equilibrio existe, ya que el conjunto de estrategias $e \in [0,1]$ es compacto y convexo. No obstante, a pesar de descartar las raíces complejas y las raíces reales que no están en el intervalo $[0,1]$, no se puede descartar que exista más de un equilibrio simétrico. En caso de que existiera más de un equilibrio simétrico, la razón por la cual un equilibrio sería más factible o plausible que otro no es clara, ya que todas las empresas son simétricas en un principio.

Por las definiciones para $\bar{N}$ y L^* dadas en (5.26) y (6.10), respectivamente, se puede determinar que $\bar{N} = L^* + 1$. Por lo tanto, si $N \leq \bar{N}$, entonces $N - L^* - 2 \leq -1$ y la suma en el primer término de (6.25) es cero. Asimismo, si $N < \bar{N}$, tenemos que $N - 1 - L^* < 0$, por lo que el coeficiente binomial $\binom{N-1-l}{N-1-L^*}$ en la expresión (6.27) para $\varphi(N, L^*)$ será cero. Se puede demostrar que, si $N = \bar{N}$, entonces $\varphi(\bar{N}, L^*) = 0$.[20] De tal forma que si fijamos $N \leq \bar{N}$, entonces de la expresión (6.25) de la Proposición 5 obtenemos la expresión (5.21) de la Proposición 2 cuando supusimos la condición de solución interior.[21]

La demostración de la Proposición 2 prueba que, si $N \leq \bar{N}$, entonces $\rho(N, L^*, k) = \varphi(N, L^*) = 0 \; \forall N$. Sin embargo, esto no es posible en este caso, ya que en la suma de los paréntesis de las expresiones (6.26) y (6.27) se tiene $\Delta(\Pi|L^* = l)$ y $\Delta(\Pi|l_2 = l)$ en lugar de $\Delta(\Pi|l_1)$ solamente. Esto es justamente por la nueva defincíon para $\Delta(\Pi_i|L)$ en las expresiones (6.16) y (6.17). Este hecho refleja que el efecto de costo oportunidad cambia al relajar la condición de solución interior. Las defínciones en (6.16) y (6.17) imponen un efecto de costo de oportunidad mayor para mercados con un número alto de empresas que disminuyen el costo. Intuitivamente, el efecto de costo de oportunidad es mayor cuando se relaja la condición de solución interior, ya que existe la amenaza de convertirse en una empresa inactiva si no se logra disminuir el costo y un número alto de empresas $(L > L^*)$ sí logran reducir su costo.

La ecuación que describe el nivel de esfuerzo óptimo en el equilibrio simétrico dada en (6.25) no nos permite establecer una relación clara entre el número de empresas en el mercado y los incentivos por incrementar la eficiencia interna. Como se mencionó en el caso de duopolio en la sección anterior, en principio, no podemos descartar que esta relación se vuelva monotónica. Es decir, que al relajar la condición de solución interior, el efecto de costo de oportunidad se fortalece a tal grado que siempre es mayor al efecto de escala.[22] No obstante,

[20]Para demostrar este hecho, nótese que $\widetilde{\Pi}_i(c_L|\bar{N}) = \Pi_i(c_L|\bar{N})$. Por lo tanto, $\varphi(\bar{N}, L^*) = C(\bar{N}, \bar{N}, 0)$, donde la función $C(t, N, k)$ está dada por la expresión (9.6) en la demostración del Lema 1 (ver Apéndice). La demostracón del Lema 1 implica $C(L^* + 1, N, 0) = 0$. Por lo tanto, si $N = \bar{N}$, entonces $\varphi(N, L^*) = 0$.

[21]Nótese que al suponer la condición de solución interior estamos fijando implícitamente $L^* \geq 1$, de lo contrario, ninguna empresa ineficiente produciría en equilibrio.

[22]Esto sería similar a los resultados de Raith (2003), bajo los cuales la relación entre tamaño de mercado (número de empresas) e incentivos por reducir el costo es estrictamente creciente.

la intuición apunta en la dirección contraria, ya que, como se argumentó previamente, el incremento en el efecto de costo de oportunidad por relajar la condición de solución interior es repentino, mas está limitado. En cambio, el efecto de escala aumenta conforme incrementa el número de empresas en el mercado. Para demostrar esto, formulamos un contraejemplo numérico en el que se observa un comportamiento no monotónico similar al encontrado previamente.

Supongamos $c = 1/2$, tal que $\bar{N} = 2$ y $L^* = 1$. Para encontrar el nivel de esfuerzo óptimo se tiene que encontrar la ecuación que lo define implícitamente dada en la Proposición 5 por (6.25). Primero, supongamos que existen tres empresas, $N = 3$. Definamos $e_n = e(n)$ como el esfuerzo en el equilibrio simétrico cuando existen n empresas. Sustituyendo $N = 3$ y $L^* = 1$ en las ecuaciones (6.25), (6.26) y (6.27) encontramos que

$$\sum_{k=0}^{N-L^*-2} \rho(N, L^*, k) e^{N-1-k} = e_3^2[\Delta(\Pi_i|l_1 = 0) - 2\Delta(\Pi_i|L^* = 1) + \Delta(\Pi_i|l_2 = 2)], \quad (6.28)$$

$$\varphi(N, L^*) e^{L^*} = e_3[-2\Delta(\Pi_i|l_1 = 0) + 2\Delta(\Pi_i|L^* = 1)]. \quad (6.29)$$

Sustituyendo $c = 1/2$ en las expresiones (6.28) y (6.29) y sustituyendo ambas en la ecuación (6.25), encontramos la ecuación que determina de manera implícita el esfuerzo en equilibrio cuando existen tres empresas, dada por $2e_3 = \frac{43}{576}e_3^2 - \frac{142}{576}e_3 + \frac{15}{64}$. La ecuación tiene una solución real en el intervalo $[0, 1]$ dada por $e^* = 0.10469$. Por lo tanto, el esfuerzo en el equilibrio simétrico de tres empresas está dado por $e(N = 3) = 0.10469$.

Siguiendo el mismo procedimiento para distintos valores de N y recordando las expresiones para el esfuerzo en monopolio e^M y el esfuerzo en duopolio e^D, dadas en las ecuaciones (4.4) y (6.6), se encuentran los siguientes niveles de esfuerzo en el equilibrio para valores de

$N = 1, ..., 6;$

$$e(N = 1) \approx 0.0937,$$
$$e(N = 2) \approx 0.1052,$$
$$e(N = 3) \approx 0.1046,$$
$$e(N = 4) \approx 0.1015,$$
$$e(N = 5) \approx 0.0979,$$
$$e(N = 6) \approx 0.0944.$$

Es sencillo notar que existe un comportamiento no monotónico en el nivel de esfuerzo en equilibrio conforme incrementa el valor de N. Por lo tanto, en general, esto contradice la idea de que se tenga un comportamiento estrictamente monotónico entre los incentivos por incrementar la eficiencia interna de una empresa y el número de empresas en un mercado. Asimismo, el comportamiento del esfuerzo en el contraejemplo es similar al comportamiento que habíamos encontrado previamente: para mercados con pocas empresas, aumentar el número de empresas incrementa los incentivos por reducir el costo en el equilibrio; sin embargo, existe un punto en que el esfuerzo es máximo (en el cotraejemplo se da con 2 empresas) y posteriormente comienza a disminuir conforme incrementa el número de empresas. Este comportamiento está de acuerdo con nuestra intución, en el sentido en que relajar la condición de solución interior fortalece el efecto de costo de oportunidad y, presuntamente, traslada el máximo de la función $e(n)$ hacia la derecha; no obstante, conforme incrementa el número de empresas, el efecto de escala se vuelve más fuerte relativamente al efecto de costo de oportunidad y el esfuerzo comienza a disminuir con el número de empresas.

6.2. Competencia en precios

Consideremos una industria con las mismas características que en la sección 3 con la única diferencia que ahora las empresas compiten en precios. El nivel de esfuerzo en el equilibrio de monopolio será el mismo que en la sección 4, dado por (4.4). En un duopolio, la única forma en que la empresa i puede obtener beneficios positivos es si logra reducir su costo y la empresa j mantiene costo alto.[23] Sea p_m el precio del monopolista y recordemos que $\Pi(c_L)$ son los beneficios del monopolista si tiene costo bajo, dados en la expresión (4.3). De esta forma, si la empresa i tiene menor costo que la empresa j, entonces la empresa i fijará el precio $p_i = max\{p_m, c\}$ y obtendrá beneficios $\Pi_i(c_L, c_H) = max\{\Pi(c_L), c(1-c)\}$.[24]

En la expresión (5.8) derivamos el nivel de esfuerzo óptimo para un duopolio en general. En este caso, tenemos que $\Pi_i(c_L, c_L) = \Pi_i(c_H, c_H) = \Pi_i(c_H, c_L) = 0$. Por lo tanto, sustituyendo estas expresiones y nuestra expresión para $\Pi_i(c_L, c_H)$ en (5.8), obtenemos el nivel de esfuerzo en el equilibrio de un duopolio bajo competencia en precios dado por

$$e^B = max\left\{\frac{c(1-c)}{2+c(1-c)}, \frac{1}{9}\right\}. \tag{6.30}$$

Se puede mostrar que $e^B \geq e^M \iff c \leq 2/3$. La intuición de este resultado es la siguiente. En un duopolio, si no se reduce el costo, los beneficios serán cero, independientemente del valor de c. En cambio, un monopolista obtiene beneficios positivos aunque no reduzca su costo. Por lo tanto, el costo de oportunidad de disminuir el costo en un duopolio es ínfimo y no depende de c. En cambio, en un monopolio el costo de oportunidad de reducir el costo es inversamente proporcional a c. Por lo tanto, si c es pequeño y entra una segunda empresa al mercado, el efecto de costo de oportunidad es grande y, por tanto, los incentivos por

[23] Si ambas empresas tienen costos iguales, entonces la competencia en precios llevará los beneficios a cero. Si la empresa i se mantiene en costo alto y la empresa j reduce su costo, entonces la empresa i no podrá participar en el mercado.

[24] En realidad, la empresa i debe fijar el precio $p_i = max\{p_m, c - \varepsilon\}$. Sin pérdida de generalidad, supongamos $\varepsilon = 0$. Es decir, si la empresa i fija un precio igual al costo marginal de la empresa j, entonces la empresa j no entrará al mercado, pues la empresa i puede bajar su precio en la unidad mínima y obtener toda la demanda.

incrementar la eficiencia interna aumentan. No obstante, si $c \to 1$, entonces el costo de oportunidad de reducir el costo de un monopolio se acerca al de un duopolio.[25] Por lo tanto, para valores altos de c, el efecto de costo de oportunidad por la entrada de una segunda empresa es pequeño y, entonces, el efecto de escala es mayor y el esfuerzo por reducir el costo disminuye.

Si incrementa el número de empresas en un duopolio, entonces el nivel de esfuerzo en equilibrio disminuirá con la entrada de cada empresa. La demostración de este resultado es sencilla, por lo que sólo desarrollamos su intuición. En un oligopolio con dos empresas o más, la única forma para la empresa i de obtener beneficios positivos es ser la única empresa con costo bajo. Estos beneficios serán iguales a $\Pi_i(c_L, c_H)$ y no dependerán del número de empresas en el mercado. No obstante, incrementar el número de empresas en el mercado disminuye la probabilidad de ser la única empresa que incrementa su eficiencia interna. Por lo tanto, si incrementa el número de empresas en el mercado, entonces disminuye el valor esperado de reducir el costo, es decir, se incrementa el efecto de escala. Como el efecto de escala incrementa y el efecto de costo de oportunidad es constante, entonces el esfuerzo por reducir el costo en equilibrio disminuye si entra una empresa más al mercado.

Schmidt (1997) plantea un contexto en el que la funcı'on de utilidad del agente depende directamente de la probabilidad de operación de la empresa. De tal forma que, si la empresa no opera en equilibrio, entonces el agente incurre en un daño. Este daño puede ser, por ejemplo: costos en reputación, pérdida de capital humano o costos por periodo de desempleo. Schmidt argumenta que la no monotonicidad del nivel de esfuerzo en equilibrio se debe a que 1) pasar de un monopolio a un duopolio activa la posibilidad de que la empresa salga del mercado y, como el agente incurre en un daño si esto ocurre, entonces incrementará su nivel de esfuerzo, y 2) el monopolista obtiene mayores beneficios que el duopolista en caso de no reducir el costo, por lo que el duopolista realiza un mayor esfuerzo; es decir, el efecto

[25]Nótese que si $c = 1$, entonces en ambos casos se obtienen beneficios cero si no se reduce el costo. Es decir, el costo de oportunidad de reducir el costo es igual en un monopolio y en un duopolio.

de costo de oportunidad es mayor en un duopolio que en un monopolio. Nuestro modelo se abstrae del daño que incurre el agente en caso de que la empresa no opere en el mercado. Por lo tanto, para generar una no monotonicidad en un contexto de competencia en precios, no es necesario suponer que el agente incurre en un daño si la empresa sale del mercado. Es decir, la interacción entre los efectos de costo de oportunidad y de escala es suficiente para explicar que el esfuerzo por incrementar la eficiencia interna: a) incrementa si entra una segunda empresa y activa la competencia en un mercado, mas disminuye conforme incrementa el número de empresas de un duopolio, si $c \leq 2/3$, ó b) disminuye siempre que entre una empresa más al mercado, si $c > 2/3$.

6.3. Contratos alternativos

6.3.1. Aversión al riesgo

En esta sección consideramos el mismo modelo que en la sección 3 con la diferencia de que ahora suponemos que el agente de la empresa es averso al riesgo.[26] Consideremos un monopolio con un agente cuya función de utilidad esta dada por u tal que $u'' < 0 < u'$ y $u(0) = 0$. El beneficio esperado del principal está dado por la expresión (4.1). El contrato debe de cumplir la restricción de racionalidad individual del agente (RI_u), dada por

$$eu(b) - \frac{e^2}{2} \geq 0. \tag{RI_u}$$

Asimismo, en equilibrio el esfuerzo está determinado por la compatibilidad de incentivos (CI_u), dada por

$$e = \arg\max_{\hat{e}} \left\{ \hat{e}u(b) - \frac{\hat{e}^2}{2} \right\}. \tag{CI_u}$$

[26]También se puede suponer que el principal es averso al riesgo; no obstante, en la literatura de teoría de contratos se observa que esto complica demasiado la resolución del modelo y no añade muchos resultados. Cuando se supone sólo al agente averso al riesgo, los resultados dependen de su coeficiente de aversión al riesgo. Mientras que si se suponen ambas partes aversas al riesgo, entonces el resultado dependerá de la diferencia entre los coeficientes de aversión al riesgo de ambos.

Por la concavidad de u, no es necesario suponer una clausula de responsabilidad limitada. Resolviendo (CI_u) obtenemos que el agente realizará el esfuerzo $e = u(b)$. Sustituyendo $e = b(u)$ en (4.1) y (RI_u), la empresa resuelve el siguiente problema de maximización

$$\max_b \{u(b)[\pi - b] + \Pi(c_H)\} \tag{Max_u}$$

$$\text{s.a.} \quad \frac{u(b)^2}{2} \geq 0. \tag{RI'_u}$$

La fución objetivo es cóncava en b y la restricción no se satura en el óptimo. Por lo tanto, la condición de primer orden es necesaria y suficiente. En el óptimo, el bono en equilibrio está determinado implícitamente por

$$u(b) = u'(b)[\pi - b]. \tag{6.31}$$

Diferenciando implícitamente la expresión (6.31) obtenemos

$$\frac{db}{d\pi} = \frac{u'(b)}{2u'(b) - u''(b)[\pi - b]} > 0. \tag{6.32}$$

Por lo tanto, el esfuerzo en equilibrio satisface

$$\frac{de}{d\pi} = u'(b)\frac{db}{d\pi} > 0. \tag{6.33}$$

El nivel de esfuerzo y el bono en equilibrio son estrictamente crecientes con respecto al valor de la reducción de costo. En las secciones anteriores, se mostró que con agentes neutrales al riesgo el contrato óptimo de cada empresa es de la misma forma para cualquier número de empresas, con la diferencia de que depende del valor esperado del beneficio de la reducción de costo. Entonces, si consideramos agentes aversos al riesgo, el contrato óptimo será una transformación creciente del contrato que encontramos previamente. Por lo tanto, el resultado de no monotonicidad en el modelo se mantendrá.

Una forma común de modelar agentes aversos al riesgo es suponer una función de utilidad CARA (aversión al riesgo absoluta constante por sus siglas en inglés) y una disminución de costo continua, lineal en esfuerzo y que también depende de un choque aleatorio independiente entre empresas. No obstante, en este contexto se analiza el efecto que tiene el riesgo proveniente de un choque exógeno en la productividad del esfuerzo del agente en el equilibrio del modelo. En esta sección, nos limitamos a analizar el efecto que tiene el riesgo del mercado, proveniente de los problemas de información dentro de cada empresa, en el equilibrio del modelo. Se observa que, a pesar de que el agente sea averso al riesgo, el riesgo del mercado no cambia cualitativamente los resultados del modelo.

6.3.2. Contrato accionario

En esta sección consideramos el modelo de la sección 3 con la diferencia de que el principal ofrece un contrato accionario al agente. El contrato consiste de una fracción $\theta \in [0,1]$ de los beneficios de la empresa y de un pago fijo f, independientes de la realización de costo. Considere una industria con una sola empresa. Los beneficios esperados del principal están dados por

$$E(\Pi) = e(1-\theta)\pi + (1-\theta)\Pi(c_H) - f. \tag{6.34}$$

Nótese que si el agente de la empresa no realiza esfuerzo por reducir el costo, $e = 0$, entonces la empresa recibe la fracción $1-\theta$ de los beneficios de mantener un costo alto menos el pago fijo. El contrato debe de cumplir la restricción de racionalidad individual (RI_a) del agente, dada por

$$\theta[e\pi + \Pi(c_H)] + f - \frac{e^2}{2} \geq 0. \tag{RI_a}$$

En el equilibrio, el esfuerzo se determinará por la compatibilidad de incentivos (CI_a), dada por

$$e = \arg\max_{\hat{e}} \left\{ \theta[\hat{e}\pi + \Pi(c_H)] + f - \frac{\hat{e}^2}{2} \right\}. \tag{CI_a}$$

El bono del contrato debe cumplir con una cláusula de responsabilidad limitada (RL_a) que asegura que el pago del agente es no negativo en cualquier estado de naturaleza, dada por

$$f + \theta\Pi(c_L) \geq 0, \quad f + \theta\Pi(c_H) \geq 0 \tag{RL_a}$$

Resolviendo (CI_a) obtenemos que el agente realizará el esfuerzo $e = \theta\pi$. Observamos que $\Pi(c_L) > \Pi(c_H)$, entonces sólo es necesario considerar la segunda restricción de responsabilidad limitada. Sustituyendo $e = \theta\pi$ en (6.34) y (RI_a), la empresa resuelve el siguiente problema de maximización

$$\max_{\theta\in[0,1]} \left\{\theta(1-\theta)\pi^2 + (1-\theta)\Pi(c_H) - f\right\} \tag{Max_a}$$

$$\text{s.a.} \quad \frac{\theta^2\pi^2}{2} + \theta\Pi(c_H) + f \geq 0. \tag{RI'_a}$$

$$f + \theta\Pi(c_H) \geq 0. \tag{RL'_a}$$

La fución objetivo es cóncava en θ, RI'_a no se satura y RL'_a se satura en el óptimo; en el óptimo,

$$\theta = \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad e = \frac{\pi}{2}. \tag{6.35}$$

Por lo tanto, el esfuerzo en el óptimo es el mismo que encontramos bajo un contrato de deuda. De tal forma que el esfuerzo por reducir el costo en un contrato accionario tiene las mismas propiedades que bajo un contrato de deuda.

7. Bienestar económico

En esta sección consideramos el efecto que tiene el número de empresas en el bienestar económico de una industria. Nos referimos a bienestar económico como el excedente económico total en una industria, la suma del excedente del consumidor y productor menos el costo del esfuerzo realizado por los agentes en la industria. Si se considera un modelo de oligopolio con competencia en cantidades y costos marginales simétricos, entonces un mayor número de empresas implica una mejora en bienestar. Un mayor número de empresas en el mercado disminuye el precio, incrementa la cantidad y, por tanto, aumenta el excedente total del mercado. No obstante, si existe un número fijo de empresas, una reducción en el costo marginal también conlleva a un aumento del excedente total del mercado. Como se observó en la sección 6.1.1, existen casos en los que la entrada de una segunda empresa al mercado disminuye los incentivos por reducir el costo del monopolista, cuando $c \notin [c^*, c^{**}]$. Por un lado, si se incrementa el número de empresas, se incrementa el bienestar económico. No obstante, por otro lado, la entrada de una empresa puede disminuir el esfuerzo por reducir el costo y, entonces, reducir también la probabilidad de disminuir el precio y de incrementar el bienestar económico. Asimismo, la función de producción de esfuerzo de los agentes tiene rendimientos decrecientes a escala, por lo que es más eficiente que un número mayor de agentes realicen la misma cantidad de esfuerzo en la industria. En otras palabras, no se puede determinar *a priori* cuál efecto es mayor.

Por ejemplo, se podría dar el caso en el que un monopolio es más eficiente internamente que un duopolio, $c \notin [c^*, c^{**}]$, y la diferencia en eficiencia sea tan grande que compense la ganancia en bienestar por la entrada de una segunda empresa al mercado y la división de la realización de esfuerzo. De tal forma que en el monopolio se tiene un mayor bienestar económico. En este caso, esperaríamos que la ganancia en eficiencia, fruto de la reducción del costo esperado, la mantuviera el monopolista en su mayoría y no se transfiriera a los consumidores vía una reducción de precio. Por lo tanto, también es interesante analizar el cambio en la distribución de excedente entre los consumidores y productores al entrar una segunda empresa al mercado.

Recordemos que la demanda de mercado está dada por $P = 1 - Q$. Entonces, el excedente del condumidor está dado por $EC(Q) = Q^2/2$ y el excedente del productor está dado por $EP(Q) = \sum_i \Pi_i(q_i)$. El costo del esfuerzo por reducir el costo en la industria está dado por $\sum_i \psi(e_i)$. Sea $EM(Q) = EC(Q) + EP(Q)$ el excedente total del mercado y $ET(Q) = EM(Q) - \sum_i \psi(e_i)$ el bienestar económico de la industria. La cantidad es una variable aleatoria porque está determinada por el costo marginal; por lo tanto, calculamos la esperanza del excedente total del mercado y le restamos el costo por esfuerzo en la industria.

Proposición 6. *Sean $E[ET^M]$ y $E[ET^D]$ el bienestar económico esperado en una industria monopólica y una duopólica, respectivamente. Entonces, se cumple*

$$E[ET^D] > E[ET^M] \quad \forall c \in (0, 1].$$

La Proposición 6 establece que el bienestar económico esperado siempre es mayor en un duopolio que en un monopolio. Esto se cumple a pesar de que el monopolio realice un mayor esfuerzo por reducir el costo que una empresa en un duopolio, es decir, $c \notin [c^*, c^{**}]$. Por lo tanto, el efecto en el bienestar económico que tiene la entrada de una empresa al mercado y la división de los esfuerzos es siempre mayor a la posible pérdida en incentivos por reducir el costo causada por el efecto de escala. En la sección 6.1.1 encontramos que si la reducción en costo es poco o suficientemente atractiva, $c \notin [c^*, c^{**}]$, entonces el monopolista realiza un mayor esfuerzo por reducir el costo que una empresa en duopolio. Esto nos podría llevar a pensar que, entonces, se tiene una mayor eficiencia en un monopolio. No obstante, se tiene sólo una mayor eficiencia interna dentro de la empresa. Por la Proposición 6 se observa que esta mayor eficiencia interna dentro de las empresas no se transforma en un mayor bienestar económico.[27]

Para analizar la distribución de excedente entre los consumidores y las empresas, definimos $\mathcal{R}_{ec}$ como la razón del excedente del consumidor sobre el excedente del productor; formalmente, $\mathcal{R}_{ec}(Q) = EC(Q)/EP(Q)$.

Proposición 7. *Sea $\sigma : (0,1] \to \mathbb{R}$ una función tal que $\sigma(c) \geq 0\ \forall c \in (0,1]$, entonces las esperanzas de las razones $\mathcal{R}_{ec}$ para un monopolio y un duopolio se pueden escribir, respectivamente, como*

$$E(\mathcal{R}_{ec}^{M}) = \frac{1}{2} \quad y \quad E(\mathcal{R}_{ec}^{D}) = 1 + \sigma(c).$$

La función $\mathcal{R}_{ec}$ nos permite analizar la distribución de excedente total del mercado entre consumidores y empresas. La Proposición 6 establece que el bienestar económico siempre aumenta cuando entra una segunda empresa al mercado. No obstante, la Proposición 7 establece que el incremento de bienestar al entrar una segunda empresa siempre es en mayor beneficio para los consumidores que para las empresas. La primer expresión de la Proposición 7 nos dice que el monopolista obtiene el doble de excedente económico que los consumidores. No obstante, la segunda expresión establece que al entrar una segunda empresa, el excedente del consumidor se vuelve igual o mayor que el excedente del productor. En general, no se puede comparar el excedente del productor de un monopolio con el de un duopolio, ya que en el primer caso el excedente es para la única empresa en el mercado, mientras que en el segundo caso se divide para ambas empresas de acuerdo a sus respectivos costos marginales.

[27] Otra alternativa de comparar el bienestar económico entre un monopolio y un duopolio es comparar el excedente total de la industria en monopolio con un medio del excedente total de la industria en duopolio. La razón de dividir entre dos el excedente total en el duopolio sería para compensar que en un duopolio existe una empresa más en la industria. En este caso, se puede mostrar que $E[ET^D] > E[ET^M] \quad \forall c \in [0.689, 1]$. Es decir, el bienestar es mayor en duopolio si la reducción de costo es suficientemente grande. No obstante, no es claro que, en efecto, se tenga que compensar la medida de bienestar económico por la entrada de una segunda empresa.

Realizar el análisis de bienestar para un número mayor de empresas resulta muy demandante. No obstante, la comparación de monopolio y duopolio nos permite entender el efecto que tiene la entrada de una empresa al mercado en el bienestar económico. Observamos que, a pesar de que la entrada de una empresa disminuya los incentivos por reducir el costo, el bienestar económico se incrementa por dos razones: 1) la entrada de una empresa disminuye el precio e incrementa la cantidad de equilibrio, y 2) la división de esfuerzos por reducir el costo entre los agentes de las diferentes empresas es más eficiente, a pesar de que las realizaciones sean independientes. Asimismo, si el monopolista disminuye el costo, se incrementa el excedente total del mercado, mas no se transfiere a los consumidores vía una reducción de precio. En nuestro modelo, la entrada de una empresa siempre disminuye el esfuerzo por reducir el costo con excepción de la entrada de una segunda empresa con $c \in [c^*, c^{**}]$. No obstante, está reducción en eficiencia interna de una industria no se transforma en una reducción en eficiencia asignativa y, por lo tanto, no implica una pérdida de bienestar.

8. Discusión: supuesto de independencia

El supuesto de independencia en las realizaciones de costo de las empresas supone una caracterización particular de la reducción de costo en el modelo. Existen casos en lo que es intuitivo pensar que la probabilidad de que una empresa logre disminuir su costo está relacionada con la probabilidad de que otra también lo disminuya; por ejemplo, innovación en procesos productivos, mejoramiento de tecnología de punta, rendimientos sobre activos similares, actividades sujetas a derechos de autor o patentes, etc. Para estos casos, el modelo que analizamos en esta tesina no es adecuado. Si se viola el suspuesto de independencia, entonces la naturalelza del problema cambia por completo por la existencia de externalidades entre las empresas. Las razones principales son que el derrame de información en la industria puede 1) ser aprovechado por las empresas por medio de contratos con evaluación de rendimineto relativo y 2) puede existir *free-riding* entre las empresas.[28] En principio, ambos efectos pueden ir en sentido contrario, por lo que no se puede determinar *a priori* el efecto que tendría relajar el supuesto de independencia en el modelo.

Por ejemplo, supongamos una industria libre de patentes en la que basta con que una empresa reduzca su costo para que las demás empresas puedan copiar sus acciones y reducir así también sus costos. En este contexto se tiene un problema de *free-riding*. Por lo tanto, un incremento del número de empresas plausiblemente disminuirá los esfuerzos de las empresas por reducir sus costos. La intuición de este resultado es que al existir una empresa más en el mercado, entonces, dado un mismo nivel de esfuerzo, los beneficios esperados de disminuir el costo se reducen, ya que la nueva empresa también logrará reducir su costo con la misma probabilidad. De tal forma que, si una empresa logra disminuir su costo, entonces competirá contra un mayor número de empresas con el mismo costo.

En cambio, si la correlación entre las realizaciones de costo de las empresas es positiva, más no igual a uno (como en el ejemplo anterior), entonces las empresas pueden aprovechar

[28] Ver Holmström (1982), Nalebuff y Stiglitz (1983) y Mookherjee (1984).

la mayor información en el mercado a través de contratos con evaluación de rendimiento relativo. Por ejemplo, supongamos que la realización de costo de una empresa depende del esfuerzo realizado por su agente y de un choque aleatorio común a toda la industria que sólo observan los agentes. Entonces, el principal de una empresa puede observar las realizaciones de costo de las otras empresas para obtener información sobre el esfuerzo de su propio agente. En este contexto, un mayor número de empresas incrementa la información del principal y reduce el problema de riesgo moral dentro de la empresa, por lo que disminuye el costo de proveer incentivos. Por lo tanto, el principal puede dar mayores incentivos para inducir un mayor esfuerzo de su agente.[29]

[29] Por ejemplo, supongamos que a pesar de que los esfuerzos realizados por los agentes no son observables, el principal observa que todas las demás empresas redujeron su costo, menos la suya. Por lo tanto, por el choque común en la industria, entre más empresas existan en el mercado, el principal puede deducir con mayor exactitud el nivel de esfuerzo que realizó su agente.

9. Conclusión

En su artículo seminal, Leibenstein (1966) sostiene que la pérdida de excedente total en una industria proveniente de la ineficiencia-X de las empresas es mucho mayor a la pérdida de excedente total por la existencia de monopolios. En esta tesina desarrollamos un modelo que muestra lo contrario. En primer lugar, se determinó que la relación entre la eficiencia interna de una empresa (eficiencia-X) y el nivel de competencia que enfrenta en el mercado puede ser decreciente o en forma de U invertida, dependiendo del tamaño de la diferencia en eficiencia entre las empresas eficientes y las ineficientes. Esta relación está determinada por el efecto de valor de la reducción de costo, descompuesto entre efecto de escala y efecto de costo de oportunidad. Este resultado contradice lo que la intuición económica usual predice de acuerdo a Willig (1987) (ver epígrafe). En segundo lugar, el análisis de bienestar de nuestro modelo muestra que independientemente del efecto que tenga la entrada de una empresa al mercado en la eficiencia interna de las empresas, el bienestar económico de la industria incrementa al existir un mayor número de empresas.

Nuestro modelo se abstrae de dos efectos principalmente. En primer lugar, nuestro modelo no considera la incertidumbre en la realización del costo de cada empresa fruto de un choque exógeno independiente entre las empresas. Considerar este contexto permite analizar la sensibilidad del equilibrio del modelo a variaciones exógenas de la productividad del agente y a la relación que exista entre éstas y el grado de avesión al riesgo de los agentes. La explicación económica para la existencia de choques exógenos a la productividad del agente no es clara. Por lo tanto, en nuestro modelo sólo consideramos la incertidumbre proveniente del mercado debido al problema de información dentro de cada empresa. Mostramos que nuestro modelo es robusto al riesgo que esta incertidumbre implica en agentes aversos al riesgo.

En segundo lugar, realizamos el modelo manteniendo un supuesto de independencia entre las realizaciones de costo de las empresas. Como discutimos previamente, este supuesto limita el alcance y aplicabilidad del modelo, ya que ciertas actividades realizadas por las empresas para disminuir costos violan este supuesto. No obstante, a pesar de que el supuesto de independencia es restrictivo, es un primer paso para analizar la relación entre incentivos por incrementar la eficiencia interna de una empresa y el nivel de competencia en el mercado. En este sentido, consideramos que este análisis es *ceteris paribus*, ya que permite analizar minuciosamente esta relación a través del efecto de valor de reducción de costo, descompuesto en efecto de escala y efecto de costo de oportunidad. De lo contrario, se vuelve más difícil identificar los efectos por separado y establecer una relación clara. No obstante, una extensión enriquecedora del modelo sería permitir interdependencia en las realizaciones de costo de las empresas y considerar contratos alternativos relevantes. De esta forma se podrían comparar los resultados y establecer la importancia de ambos efectos: el de valor de reducción de costo y el informacional. Cabe la posibilidad de que el efecto informacional explique la conjetura sobre la relación negativa/positiva entre la eficiencia interna de las empresas y el grado de competencia en los mercados que operan. Ralizar esta tarea va más allá del objetivo de esta tesina; sin embargo, es un paso necesario para esclarecer la compleja relación entre la eficiencia interna de las empresas y el grado de competencia de mercado.

Apéndice

Demostración de la Proposición 1. En el equilibrio de monopolio, el esfuerzo está dado por e^M, dado en la expresión (4.4). En el equilibrio de duopolio, el esfuerzo está dado por e^D, dado en la expresión (5.10). Compruebe que

$$e^D \geq e^M \iff f(c) \geq 0, \tag{9.1}$$

donde

$$f(c) = 2c^3 - 4c^2 + 9c - 2, \quad c \in (0, 1/2]. \tag{9.2}$$

Se puede mostrar que en el intervalo $(0, 1/2]$ $f(c)$ es creciente y tiene una sola raíz real dada por $c^* \approx 0.2457$. Por lo tanto,

$$e^D \geq e^M \iff c \geq c^*. \tag{9.3}$$

Q.E.D

El Lema 1 se utiliza en las demostraciones de las Proposiciones 2 y 5.

Lema 1. *Sean $N \in \mathbb{N}$ y $t \in \mathbb{N}$. Defina la función $s : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ como*

$$s(t) = \sum_{k=0}^{t-1} \left[\sum_{l=0}^{t-1-k} \binom{N-1}{l} \binom{N-1-l}{N-t+k} (-1)^{t-1-l-k} \Delta(\Pi_i|l) \right] e^{t-1-k}. \tag{9.4}$$

Para cualquier $t \in \mathbb{N}$, $s(t)$ se puede reescribir como

$$s(t) = \Delta(\Pi_i|0) - (N-1)[\Delta(\Pi_i|0) - \Delta(\Pi_i|1)]e. \tag{9.5}$$

Demostración del Lema 1. La función $s(t)$ es un polinomio de grado t-1. Defina $C(t, N, k)$ como

$$C(t, N, k) = \sum_{l=0}^{t-1-k} \binom{N-1}{l} \binom{N-1-l}{N-t+k} (-1)^{t-1-l-k} \Delta(\Pi_i|l). \tag{9.6}$$

$C(t, N, k)$ es el coeficiente de e^{t-1-k} en el polinomio en $s(t)$. Nótese que $C(t, N, k)$ es una suma de $t - k$ términos. Para demostrar el Lema 1, probaremos que los coeficientes del polinomio $s(t)$ son cero para cualquier término que contenga e elevado a una potencia igual o mayor a dos. La demostración se divide en dos partes.

Primero, suponga que $t-k$ es impar. Por lo tanto, existe un término central en la suma; es decir, el $\frac{t-k-1}{2}+1$-ésimo término parte a la suma en $C(t, N, k)$ en dos mitades con el mismo número de términos. Esto significa que existen $\frac{t-k-1}{2}$ términos antes y $\frac{t-k-1}{2}$ términos después de este término central. Nótese que en el término central $l = \frac{t-k-1}{2}$, ya que el contador de l comienza en cero. Tome el término de la suma en $C(t, N, k)$ en el que $l = \frac{t-k-1}{2} + \varepsilon$. Bajo algunas modificaciones algebráicas este término se puede expresar como

$$\frac{(N-1)!}{\left(\frac{t-1-k}{2}+\varepsilon\right)!\left(\frac{t-1-k}{2}-\varepsilon\right)!(N-t+k)!}(-1)^{\frac{t-1-k}{2}+\varepsilon}\Delta\left(\Pi_i\middle|\frac{t-1-k}{2}+\varepsilon\right). \tag{9.7}$$

Ahora sustituya ε por $-\varepsilon$ y obtenga el término en el que $l = \frac{t-k-1}{2} - \varepsilon$ de la suma en $C(t, N, k)$, dado por

$$\frac{(N-1)!}{\left(\frac{t-1-k}{2}-\varepsilon\right)!\left(\frac{t-1-k}{2}+\varepsilon\right)!(N-t+k)!}(-1)^{\frac{t-1-k}{2}-\varepsilon}\Delta\left(\Pi_i\middle|\frac{t-1-k}{2}-\varepsilon\right). \tag{9.8}$$

Nótese que $sgn((-1)^{\frac{t-1-k}{2}-\varepsilon}) = sgn((-1)^{\frac{t-1-k}{2}+\varepsilon})$. Por lo tanto, ambos términos tienen el mismo coeficiente sobre la función $\Delta(\Pi_i|l)$. Por lo tanto, la suma en $C(t, N, k)$ tiene un término central y los términos simétricos tienen el mismo coeficiente sobre la función $\Delta(\Pi_i|l)$. Esto nos permite reescribir $C(t, N, k)$ de la siguiente manera

$$\begin{aligned} C(t,N,k) = & \sum_{l=0}^{\frac{t-1-k}{2}-1}\binom{N-1}{l}\binom{N-1-l}{N-t+k}(-1)^{t-1-l-k}\Big[\Delta(\Pi_i|l)+\Delta(\Pi_i|t-1-k-l)\Big] \\ & + \binom{N-1}{\frac{t-1-k}{2}}\binom{\frac{2N-t-1+k}{2}}{N-t+k}(-1)^{\frac{t-1-k}{2}}\Delta\left(\Pi_i\middle|\frac{t-1-k}{2}\right), \end{aligned} \tag{9.9}$$

donde

$$\Delta(\Pi_i|l) + \Delta(\Pi_i|t-1-k-l) = \frac{2Nc}{(N+1)^2}(2 + c(N-t+k-1)), \tag{9.10}$$

$$\Delta\left(\Pi_i\middle|\frac{t-1-k}{2}\right) = \frac{Nc}{(N+1)^2}(2 + c(N-t+k-1)). \tag{9.11}$$

Sustituyendo estas dos últimas expresiones en (9.9) y realizando un poco de álgebra obtenemos

$$C(t,N,k) = \frac{(2+c(N-t+k-1))N!c}{(N+1)^2(N-t+k)!}\cdot\Phi(t,k), \tag{9.12}$$

donde

$$\Phi(t,k) = \frac{(-1)^{\frac{t-1-k}{2}}}{\left(\frac{t-1-k}{2}\right)!^2} + \sum_{l=0}^{\frac{t-k-1}{2}-1}\frac{2(-1)^{t-1-k-l}}{(t-l-1-k)!l!}. \tag{9.13}$$

Para completar la primera parte de la demostración, en la que supusimos $t-k$ impar, probaremos que $\Phi(t, k) = 0$ para todo $k \leq t-3$, es decir, que el coeficiente del término en el que aparece e^{t-1-k} es cero $\forall t-1-k \geq 2$.

Sea $t-k=2n+1$ donde $n \in \mathbb{N}$. Reescriba la expresión en (9.13) para $\Phi(t,k)$ como

$$\Phi(n) = \frac{(-1)^n}{n!^2} + \sum_{l=0}^{n-1} \frac{2(-1)^{2n-l}}{(2n-l)!l!}. \tag{9.14}$$

Desagregando la suma en (9.14), podemos reesccribir $\Phi(n)$ como

$$\begin{aligned}\Phi(n) &= \frac{1}{(2n)!0!} - \frac{1}{(2n-1)!1!} + ... + \frac{(-1)^n}{(n)!^2} + ... - \frac{1}{(2n-1)!1!} + \frac{1}{(2n)!0!} && (9.15)\\ &= \sum_{h=0}^{2n} (-1)^h \frac{1}{(2n-h)!h!}. && (9.16)\end{aligned}$$

Por lo tanto, multiplicando ambos lados de (9.16) por $(2n)!$ obtenemos

$$(2n)!\Phi(n) = \sum_{h=0}^{2n} (-1)^h \binom{2n}{h}. \tag{9.17}$$

Por propiedades del coeficiente binomial, la expresión (9.17) se puede reescribir como

$$(2n)!\Phi(n) = \sum_{h=0}^{2n} (-1)^h \left[\binom{2n-1}{h-1} + \binom{2n-1}{h} \right]. \tag{9.18}$$

Desagregando la suma de la expresión (9.18) se compueba que $(2n)!\Phi(n) = 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$. Nótese que $(2n)! > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$, entonces podemos concluir que $\Phi(n) = 0 \forall n \in \mathbb{N}$. Por la definción de n, esto implica que $\Phi(t,k) = 0 \forall k \leq t-3$. Por lo que podemos concluir que el coeficiente $C(t,N,k) = 0 \ \forall t-1-k \geq 2$.

Para completar la demostración seguimos ahora con la segunda parte. Suponga que $t-k$ es par. Por lo tanto la suma en $C(t,N,k)$ en la expresión (9.6) es una suma de $t-k$ términos. Entonces, el término $\frac{t-k}{2}$-esimo término es el último término de la primer mitad de términos. En este término se tiene $l = \frac{t-k}{2} - 1$. Siguiendo la misma lógica que en la primera parte de la demostración, tome el término de (9.6) en el que $l = \frac{t-k}{2} - \varepsilon$. Bajo algunas modificaciones algebráicas este término se puede expresar como

$$\frac{(N-1)!}{\left(\frac{t-k}{2} - 1 + \varepsilon\right)! \left(\frac{N-k}{2} - \varepsilon\right)! (N-t+k)!} (-1)^{\frac{t-k}{2} - 1 + \varepsilon} \Delta \left(\Pi_i \middle| \frac{t-k}{2} - \varepsilon \right). \tag{9.19}$$

Ahora sustituya $-\varepsilon$ por $\varepsilon - 1$ para encontrar el término simétrico. Entonces el término en el que $l = \frac{t-k}{2} + \varepsilon - 1$ está dado por

$$\frac{(N-1)!}{\left(\frac{t-k}{2} - \varepsilon\right)! \left(\frac{N-k}{2} - 1 + \varepsilon\right)! (N-t+k)!} (-1)^{\frac{t-k}{2} - \varepsilon} \Delta \left(\Pi_i \middle| \frac{t-k}{2} - 1 + \varepsilon \right). \tag{9.20}$$

Nótese que $sgn((-1)^{\frac{N-k}{2}-1+\varepsilon}) \neq sgn((-1)^{\frac{N-k}{2}-\varepsilon})$. Por lo tanto, ambos términos tienen el mismo coeficiente con signo distinto sobre la función $\Delta(\Pi_i|l)$. Este hecho nos permite reescribir $C(t, N, k)$ de la siguiente manera

$$C(t,N,k) = \sum_{l=0}^{\frac{t-k}{2}-1} \binom{N-1}{l}\binom{N-1-l}{N-t+k}\Big[(-1)^{t-1-l-k}\Delta(\Pi_i|l) + (-1)^l\Delta(\Pi_i|t-k-1-l)\Big], \quad (9.21)$$

donde

$$(-1)^{t-1-l-k}\Delta(\Pi_i|l) + (-1)^l\Delta(\Pi_i|t-k-1-l) = (-1)^{l+1}\frac{2Nc^2}{(N+1)^2}(t-k-1-2l). \quad (9.22)$$

Sustituyendo la expresión (9.22) en (9.21) y realizando álgebra obtenemos

$$C(t,N,k) = \frac{2N!c^2}{(N+1)^2(N-t+k)!}\cdot\Lambda(t,k), \quad (9.23)$$

donde

$$\Lambda(t,k) = \sum_{l=0}^{\frac{t-k}{2}-1}(-1)^{l+1}\frac{t-k-1-2l}{(t-k-1-l)!l!}. \quad (9.24)$$

Para completar la segunda parte de la demostración, en la que supusimos $t-k$ par, probaremos que $\Lambda(t,k) = 0$ para todo $k \leq t-3$. Sea $t-k = 2n$ donde $n \in \mathbb{N}$. Reescriba $\Lambda(t,k)$ como

$$\Lambda(n) = \sum_{l=0}^{n-1}(-1)^{l+1}\frac{2n-1-2l}{(2n-1-l)!l!}. \quad (9.25)$$

Multiplicando ambos lados de (9.25) por $(2n-1)!$ obtenemos

$$(2n-1)!\Lambda(n) = \sum_{l=0}^{n-1}(-1)^{l+1}(2n-1-2l)\binom{2n-1}{l} \quad (9.26)$$

$$= \sum_{l=0}^{n-1}(-1)^{l+1}(2n-1-2l)\left[\binom{2n-2}{l-1}+\binom{2n-2}{l}\right]. \quad (9.27)$$

Si se desagrega la suma en (9.27), nótese que los términos contiguos comparten una binomial. Factorizando las binomiales y reagrupando por parejas obtenemos

$$(2n-1)!\Lambda(n) = \sum_{l=0}^{n-2}(-1)^{l+1}2\binom{2n-2}{l} + (-1)^n\binom{2n-2}{n-1}. \quad (9.28)$$

Desagregando la suma (9.28) y simplificando la binomial obtenemos la siguiente serie

$$(2n-1)!\Lambda(n) = -2\frac{(2n-2)!}{(2n-2)!0!} + 2\frac{(2n-2)!}{(2n-3)!1!} + ... + 2(-1)^{n-1}\frac{(2n-2)!}{n!(n-2)!} + (-1)^n\frac{(2n-2)!}{(n-1)!^2}. \quad (9.29)$$

Desagregando los primeros $n-1$ términos en (9.29) y reagrupando obtenemos

$$(2n-1)!\Lambda(n) = -\frac{(2n-2)!}{(2n-2)!0!} + \frac{(2n-2)!}{(2n-3)!1!} + ... + (-1)^n\frac{(2n-2)!}{(n-1)!^2} + ... + \frac{(2n-2)!}{1!(2n-3)!} - \frac{(2n-2)!}{0!(2n-2)!}. \quad (9.30)$$

Por lo tanto, la serie en (9.30) se puede reescribir como

$$(2n-1)!\Lambda(n) = \sum_{i=1}^{2n-2}(-1)^{i+1}\binom{2n-2}{i} \quad (9.31)$$

$$= \sum_{i=1}^{2n-2}(-1)^{i+1}\left[\binom{2n-3}{i-1} + \binom{2n-3}{i}\right]. \quad (9.32)$$

Desagregando la suma en (9.32) se compueba que $(2n-1)!\Lambda(n) = 0 \; \forall n \in \mathbb{N}$. Nótese que $(2n-1)! > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$, entonces podemos concluir que $\Lambda(n) = 0 \; \forall n \in \mathbb{N}$. Por la defininción de n, esto implica que $\Lambda(t,k) = 0$ $\forall k \leq t-3$. Por lo que podemos concluir que el coeficiente $C(t,N,k) = 0 \; \forall t-1-k \geq 2$. Con esto terminamos la segunda parte de la prueba. Hasta ahora hemos probado que los coeficientes $C(t,N,k)$ del polinomio $s(t)$ dado en (9.5) son igual a cero para todos los términos que incluyen a e^{t-1-k} con $t-1-k \geq 2$. De esta forma, el polinomio $s(t)$ en (9.5) se puede reescribir de la siguiente forma

$$s(t) = \Delta(\Pi_i|0) - (N-1)\Big[\Delta(\Pi_i|0) + \Delta(\Pi_i|1)\Big]e. \quad (9.33)$$

Q.E.D

Demostración de la Proposición 2. Recuerde la función de mejor respuesta dada por (5.20). En el equilibrio simétrico $e_i = e_j = e \; \forall i,j \in \mathcal{N}$. Nótese que existen $\binom{N-1}{l}$ perfiles de empresas $\mathcal{C}_{-i}$ en los cuales existen l empresas de costo bajo. Por lo tanto, la variable L sigue una distribución Bernoulli y podemos reescribir la probabilidad condicional en (5.13) como

$$P(L = l|c_i = c_H) = \binom{N-1}{l}e^l(1-e)^{N-1-l}. \quad (9.34)$$

Sustituyendo esta expresión en la función de mejor respuesta dada por (5.20), encontramos que el esfuerzo en equilibrio está determinado de manera implícita por

$$2e = \sum_{l=0}^{N-1} \binom{N-1}{l} e^l (1-e)^{N-1-l} \Delta(\Pi_i|l). \tag{9.35}$$

Defina $S = \sum_{l=0}^{N-1} \binom{N-1}{l} e^l (1-e)^{N-1-l} \Delta(\Pi_i|l)$. El Teorema Binomial nos permite escribir $e^l(1-e)^{N-1-l}$ en (9.35) como

$$\begin{aligned} e^l(1-e)^{N-1-l} &= \sum_{k=0}^{N-1-l} \binom{N-l-1}{k} (-1)^{N-1-l-k} (e)^{N-1-k} \\ &= \binom{N-l-1}{0} (-1)^{N-l-1} (e)^{N-1} + \binom{N-l-1}{1} (-1)^{N-l-2} (e)^{N-2} + \\ &\quad ... + \binom{N-l-1}{N-l-2} (-1)^1 (e)^{l+1} + \binom{N-l-1}{N-l-1} (-1)^0 (e)^l. \end{aligned}$$

Por lo tanto, $e^l(1-e)^{N-1-l}$ tiene $N-l$ términos. Es un polinomio que contiene los términos de e^l a e^{N-1}. Lo mismo se cumple para $\binom{N-1}{l} e^l (1-e)^{N-1-l} \Delta(\Pi_i|l)$. Así se puede observar que S es una suma de N polinomios. El polinomio l-ésimo contiene los térmios de e^l a e^{N-1}. Nótese que e^{N-1} aparece en los N polinomios y e^{N-2} aparece en $N-1$ polinomios (en todos menos en el último), mientras que e^0 aparece sólo en un polinomio ($l=0$). Es decir, e^l aparece en $l+1$ polinomios, o de otra forma e^{N-1-k} aparece en $N-k$ polinomios. Entonces, podemos ver que el término en S que contiene e^{N-1} está dado por

$$\left[\sum_{l=0}^{N-1} \binom{N-1}{l} \binom{N-l-1}{0} (-1)^{N-l-1} \Delta(\Pi_i|l) \right] e^{N-1}. \tag{9.36}$$

En general, el término en S que contiene a e^{N-1-k} está dado por

$$\left[\sum_{l=0}^{N-1-k} \binom{N-1}{l} \binom{N-l-1}{k} (-1)^{N-l-1-k} \Delta(\Pi_i|l) \right] e^{N-1-k}, \tag{9.37}$$

para cualquier $k = 0, 1, ..., N-1$. Por lo tanto, S se puede reescribir como

$$S = \sum_{k=0}^{N-1} \left[\sum_{l=0}^{N-1-k} \binom{N-1}{l} \binom{N-1-l}{k} (-1)^{N-1-l-k} \Delta(\Pi_i|l) \right] e^{N-1-k}. \tag{9.38}$$

Nótese que la expresión (9.38) para S es un caso particular del polinomio $s(t)$ definido en el Lema 1. Sea

$t = N$, entonces por el Lema 1 tenemos que el polinomio S se puede expresar como

$$S = \Delta(\Pi_i|0) - (N-1)\Big[\Delta(\Pi_i|0) + \Delta(\Pi_i|1)\Big]e. \tag{9.39}$$

Sustituyendo (9.39) en la expresión implícita para el esfuerzo en equilibrio dada en (9.35) y despejando para e obtenemos la expresión de la Proposición 2

$$e = \frac{\Delta(\Pi_i|0)}{2 + (N-1)[\Delta(\Pi_i|0) - \Delta(\Pi_i|1)]}. \tag{9.40}$$

Q.E.D

Demostración de la Proposición 3. Sea $n \in \mathbb{N}$ el número de empresas en el mercado. Sea $e(n)$ el esfuerzo en el equilibrio simétrico dado en (5.21). Supnga $c \leq 1/(n+1)$ de tal forma que se cumple la condición de solución de interior para mercados con n y $n+1$ empresas. Por la expresión (5.21), se observa que $e(n) \geq e(n+1)$ si y sólo si

$$\frac{nc[2(1-c)+nc]}{2(n+1)^2 + 2n(n-1)c} \geq \frac{c(n+1)[2(1-c)+c(n+1)]}{2(n+2)^2 + 2n(n+1)c^2}. \tag{9.41}$$

Realizando álgebra se muestra que la condición anterior equivale a

$$n^2(2 - c^3 + 2c^2 - 4c) + n(2 - c^3 + 2c^2 - 6c) - (2-c) \geq 0. \tag{9.42}$$

Por inducción, demostraremos que la expresión (9.42) se cumple $\forall n \geq 2$ y $c \leq 1/(n+1)$. Sea $n = 2$, entonces $e(2) \geq e(3)$ si y sólo si

$$10 - 6c^3 + 12c^2 - 27c \geq 0, \tag{9.43}$$

lo cual se cumple $\forall c \leq 1/3$. Suponga que para algún $n = k > 2$ y $c \leq 1/(k+1)$ se cumple

$$k^2(2 - c^3 + 2c^2 - 4c) + k(2 - c^3 + 2c^2 - 6c) - (2-c) \geq 0. \tag{9.44}$$

Si $n = k+1$, entonces la condición en (9.42) se cumple si y sólo si

$$k^2(2 - c^3 + 2c^2 - 4c) + k(2 - c^3 + 2c^2 - 6c) - (2-c) + (2k+2)(2 - c^3 + 2c^2 - 4c) - 2kc \geq 0. \tag{9.45}$$

La suma de los primeros tres términos en (9.45) es no negativa por (9.44). Para demostrar que la expresión en (9.45) se cumple, demostraremos por inducción que la suma de los dos últimos términos también es no negativa.

Suponga $k = 3$, entonces una condición suficiente para que se cumpla (9.45) es

$$8 - 4c^3 + 8c^2 - 19c \geq 0, \tag{9.46}$$

lo cual se cumple $\forall c \leq 1/4$. Suponga que para algún $k = h > 3$ y $c \leq 1/(h+1)$ se cumple

$$(2h+2)(2 - c^3 + 2c^2 - 4c) - 2hc \geq 0. \tag{9.47}$$

Si $k = h + 1$, entonces una condición suficiente para que se cumpla la condición (9.45) es

$$(2h+2)(2 - c^3 + 2c^2 - 4c) - 2hc + 2(2 - c^3 + 2c^2 - 4c) - 2c \geq 0. \tag{9.48}$$

La suma de los primeros dos términos en (9.48) es no negativa por (9.47) y la suma de los dos últimos términos es no negativa $\forall c \leq 1/(h+2)$. Por lo tanto, los dos últimos términos de la expresión (9.45) son no negativos $\forall k \geq 3$ y $\forall c \leq 1/(k+1)$. Entonces, la expresión (9.42) se cumple $\forall n \geq 2$ y $\forall c \leq 1/(n+1)$. Esto demustra que $e(n) \geq e(n+1)$ $\forall n \geq 2$ si se cumple la condición de solución interior.

Q.E.D

Demostración de la Proposición 4. En el equilibrio de monopolio, el esfuerzo es e^M, dado en la expresión (4.4). En el equilibrio de duopolio, el esfuerzo es e^D dado en la expresión (6.6). Si $c \leq 1/2$, por la Proposición 1 se tiene que $e^D \geq e^M \iff c \geq c^*$. Suponga $c > 1/2$, compruebe que

$$e^D \geq e^M \iff h(c) \geq 0, \tag{9.49}$$

donde

$$h(c) = 40 - 4c^4 + 16c^3 + 25c^2 - 82c, \quad c \in [1/2, 1]. \tag{9.50}$$

Se puede comprobar que en el intervalo $[1/2, 1]$ $h(c)$ es decreciente y tiene una sola raíz real dada por $c^{**} = 0.67921$. Por lo tanto, si $c > 1/2$, entonces $e^D \geq e^M \iff c \leq c^{**}$. En general, obtenemos que para cualquier $c \in [0, 1]$

$$e^D \geq e^M \iff c \in [c^*, c^{**}]. \tag{9.51}$$

Q.E.D

Demostración de la Proposición 5. En el equilibrio simétrico $e_i = e_j = e$ $\forall i, j \in \mathcal{N}$, entonces la variable aleatoria L sigue una distribución Bernoulli y las probabilidades condicionales en (6.18), (6.19) y (6.20) pueden escribirse como

$$P(L = l_1 | c_i = c_H) = \binom{N-1}{l_1} e^{l_1}(1-e)^{N-1-l_1}, \qquad \forall l_1 = 0, ..., L^* - 1; \tag{9.52}$$

$$P(L = L^* | c_i = c_H) = \binom{N-1}{l^*} e^{l^*}(1-e)^{N-1-l^*}; \tag{9.53}$$

$$P(L = l_2 | c_i = c_H) = \binom{N-1}{l_2} e^{l_2}(1-e)^{N-1-l_2}, \qquad \forall l_2 = L^* + 1, ..., N. \tag{9.54}$$

Por lo tanto, el beneficio esperado de la reducción de costo dado en (6.22), (6.23) y (6.24) se puede escribir como

$$E[\Delta(\Pi_i | L_1)] = \sum_{l_1=0}^{L^*-1} \binom{N-1}{l_1} e^{l_1}(1-e)^{N-1-l_1} \Delta(\Pi_i | l_1), \tag{9.55}$$

$$E[\Delta(\Pi_i | L^*)] = \binom{N-1}{L^*} e^{L^*}(1-e)^{L^*} \Delta(\Pi_i | L^*), \tag{9.56}$$

$$E[\Delta(\Pi_i | L_2)] = \sum_{l_2=L^*+1}^{N-1} \binom{N-1}{l_2} e^{l_2}(1-e)^{N-1-l_2} \Delta(\Pi_i | l_2). \tag{9.57}$$

Defina $S_h = E[\Delta(\Pi_i | L_h)]$ $\forall h \in \{1, ^*, 2\}$. Primero concentrémonos en la expresión (9.55) para S_1. Por el Teoremna Binomial podemos escribir la expresión $e^{l_1}(1-e)^{N-1-l_1}$ como

$$e^{l_1}(1-e)^{N-1-l_1} = \sum_{k=0}^{N-1-l_1} \binom{N-1-l_1}{k} (-1)^{N-1-l_1-k} e^{N-1-k}, \tag{9.58}$$

para cualquier $l_1 = 0, ..., L^* - 1$. Si fijamos $l_1 = L^* - 1$, entonces podemos reescribir la expresión (9.58) como

$$e^{L^*-1}(1-e)^{N-L^*} = \binom{N-L^*}{0} (-1)^{N-L^*} e^{N-1} + ... + \binom{N-L^*}{N-L^*-1} (-1)^1 e^{L^*} + \binom{N-L^*}{N-L^*} (-1)^0 e^{L^*-1}. \tag{9.59}$$

Por lo tanto, si $l_1 = L^* - 1$, entonces la expresión en (9.58) tiene $N - L^* + 1$ términos, contiene los términos de e^{N-1} a e^{L^*-1}. Ahora suponga $l_1 = 0$. Nótese que si $k = N - 1 - L^*$ en la expresión (9.58), entonces el exponente de e será L^*. Asimismo, si $k = N - L^*$, el expoente de e será $L^* - 1$. Por lo tanto, si fijamos $l_1 = 0$, entonces podemos reescribir la expresión en (9.58) como

$$
\begin{aligned}
e^0(1-e)^{N-1} = \binom{N-1}{0}(-1)^{N-1}e^{N-1} + ... + \binom{N-1}{N-1-L^*}(-1)^{L^*}e^{L^*} \\
+ \binom{N-1}{N-L^*}(-1)^{L^*-1}e^{L^*-1} + ... + \binom{N-1}{N-1}(-1)^0 e^0. \quad (9.60)
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, si $l_1 = 0$, entonces el polinomio en (9.58) tiene N términos, contiene de los términos de e^{N-1} a e^0. De esta forma, se puede observar que podemos reescribir la expresión en (9.58) en forma general para cualquier $l_1 = 0, ..., L^* - 1$ como

$$
\begin{aligned}
e^{l_1}(1-e)^{N-1-l_1} = \binom{N-1-l_1}{0}(-1)^{N-1-l_1}e^{N-1} + ... + \binom{N-1-l_1}{N-1-L^*}(-1)^{L^*-l_1}e^{L^*} \\
+ \binom{N-1-l_1}{N-L^*}(-1)^{L^*-l_1-1}e^{L^*-1} + ... + \binom{N-1-l_1}{N-1-l_1}(-1)^0 e^{l_1}. \quad (9.61)
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, para cualquier $l_1 = 0, ..., L^* - 1$, el polinomio en (9.58) tiene $N - l_1$ términos, contiene los términos de e^{N-1} a e^{l_1}. Tome los primeros $N - L^*$ términos de la expresión (9.61), de e^{N-1} a e^{L^*}, y note por (9.60) y (9.61) que aparecen en el polinomio de la expresión (9.58) para cualquier $l_1 = 0, ..., L^* - 1$, mas con coeficiente diferente. Sumando sobre l_1 para estos primeros $N - L^*$ términos en la expresión (9.58), obtenemos que e^{N-1-k} aparece en S_1 como

$$
\left[\sum_{l_1=0}^{L^*-1} \binom{N-1}{l_1}\binom{N-1-l_1}{k}(-1)^{N-1-l_1-k}\Delta(\Pi_i|l_1)\right] e^{N-1-k}, \quad (9.62)
$$

para todo $k = 0, 1, ..., N-1-L^*$, es decir, de e^{N-1} a e^{L^*}. En otras palabras, el primer renglón de la expresión (9.61) aparece para cualquier l_1. Sumando sobre l_1 para estos términos obtenemos la expresión en (9.62). No obstante, el segundo renglón de la expresión (9.61) varía conforme varía l_1. La parte restante de cada polinomio en la expresión (9.61), no incluido en la suma para la expresión (9.62), es decir, el segundo renglón de (9.61), está dada por

$$
\binom{N-1-l_1}{N-L^*}(-1)^{L^*-l_1-1}e^{L^*-1} + ... + \binom{N-1-l_1}{N-1-l_1}(-1)^0 e^{l_1}. \quad (9.63)
$$

De tal forma que, sumando sobre l_1 para los términos restantes dados en la expresión (9.63) obtenemos que e^{L^*-1-k} aparece en S_1 como

$$
\left[\sum_{l_1=0}^{L^*-1-k} \binom{N-1}{l_1}\binom{N-1-l_1}{N-L^*+k}(-1)^{L^*-1-l_1-k}\Delta(\Pi_i|l_1)\right] e^{L^*-1-k}, \quad (9.64)
$$

para todo $k = 0, 1, ..., L^* - 1$, es decir, de e^{L^*-1} a e^0.[30] Por lo tanto, junto con la expresión (9.62), sumando sobre k para las expresiones (9.62) y (9.64) podemos escribir S_1 como

$$S_1 = \sum_{k=0}^{N-1-L^*} \left[\sum_{l_1=0}^{L^*-1} \binom{N-1}{l_1} \binom{N-1-l_1}{k} (-1)^{N-1-l_1-k} \Delta(\Pi_i|l_1) \right] e^{N-1-k}$$
$$+ \sum_{k=0}^{L^*-1} \left[\sum_{l_1=0}^{L^*-1-k} \binom{N-1}{l_1} \binom{N-1-l_1}{N-L^*+k} (-1)^{L^*-1-l_1-k} \Delta(\Pi_i|l_1) \right] e^{L^*-1-k}. \quad (9.65)$$

Para calcular S^* dado en la expresión (9.56), observe que por el Teorema Binomial podemos escribir

$$e^{L^*}(1-e)^{N-1-L^*} = \sum_{k=0}^{N-1-L^*} \binom{N-1-L^*}{k} (-1)^{N-1-L^*-k} e^{N-1-k}. \quad (9.66)$$

Por lo tanto, podemos escribir S^* como

$$S^* = \left[\sum_{k=0}^{N-1-L^*} \binom{N-1-L^*}{k} (-1)^{N-1-L^*-k} \Delta(\Pi_i|L^*) \right] e^{N-1-k}. \quad (9.67)$$

Ahora falta obtener la expresión para S_2 expresada en (9.57). S_2 es una suma de $N - 1 - L^*$ términos, ya que $l_2 = L^* + 1, ..., N - 1$. Aplicando el Teorema Binomial y siguiendo la misma argumentación que en el caso anterior para encontrar la expresión (9.64), se tiene que el término que contiene e^{N-1-k} en S_2 está dado por

$$\left[\sum_{l_2=L^*+1}^{N-1-k} \binom{N-1}{l_2} \binom{N-1-l_2}{k} (-1)^{N-1-l_2-k} \Delta(\Pi_i|l_2) \right] e^{N-1-k}, \quad (9.68)$$

para todo $k = 0, 1, ..., N - 2 - L^*$, es decir, de e^{N-1} a e^{L^*+1}. Por lo tanto, sumando sobre k la expresión en (9.68) podemos escribir S_2 como

$$S_2 = \sum_{k=0}^{N-2-L^*} \left[\sum_{l_2=L^*+1}^{N-1-k} \binom{N-1}{l_2} \binom{N-1-l_2}{k} (-1)^{N-1-l_2-k} \Delta(\Pi_i|l_2) \right] e^{N-1-k}. \quad (9.69)$$

Por lo tanto, con las expresiones en (9.65), (9.67) y (9.69) podemos obtener la función para $\pi_i(e_{-i}) = S_1 +$

[30] Para aclarar este último paso ver las expresiones (9.36) y (9.37) de la demostración de la Proposición 2.

$S^* + S_2$. Agrupando términos obtenemos la expresión

$$\pi_i(e_{-i}) = \sum_{k=0}^{N-2-L^*} \left[\sum_{l=0}^{N-1-k} \binom{N-1}{l} \binom{N-1-l}{k} (-1)^{N-1-l-k} \right.$$
$$\left. \Big(1(l < L^*)\Delta(\Pi|l_1 = l) + 1(l = L^*)\Delta(\Pi|L^* = l) + 1(l > L^*)\Delta(\Pi|l_2 = l) \Big) \right] e^{N-1-k}$$
$$+ \left[\sum_{l=0}^{L^*} \binom{N-1}{l} \binom{N-1-l}{N-L^*-1} (-1)^{L^*-1} \Big(1(l < L^*)\Delta(\Pi|l_1 = l) + 1(l = L^*)\Delta(\Pi|L^* = l) \Big) \right] e^{L^*}$$
$$+ \sum_{k=0}^{L^*-1} \left[\sum_{l_1=0}^{L^*-1-k} \binom{N-1}{l_1} \binom{N-1-l_1}{N-L^*+k} (-1)^{L^*-1-l_1-k} \Delta(\Pi_i|l_1) \right] e^{L^*-1-k}. \quad (9.70)$$

Concentrémonos en la suma del último término de la expresión (9.70). Nótese que, si $L^* = 0$, entonces esta suma es cero; si $L^* = 1$, entonces es igual a $\Delta(\Pi_i|l_1 = 0)$, y si $L^* = 2$, entonces es igual a $\Delta(\Pi_i|l_1 = 0) - (N-1)[\Delta(\Pi_i|l_1 = 0) - \Delta(\Pi_i|l_1 = 1)]e$. Asimimsmo, nótese que esta suma es un caso particular del polinomio $s(t)$ definido en el Lema 1 si $t = L^*$. Por lo tanto, el último término de la expresión (9.70) es igual a

$$1(L^* > 0)\Delta(\Pi_i|l_1 = 0) - 1(L^* > 1)(N-1)[\Delta(\Pi_i|l_1 = 0) - \Delta(\Pi_i|l_1 = 1)]e. \quad (9.71)$$

Defina la función $\rho : \mathbb{N}^3 \to \mathbb{R}$ como

$$\rho(N, L^*, k) = \sum_{l=0}^{N-1-k} \binom{N-1}{l} \binom{N-1-l}{k} (-1)^{N-1-k-l}$$
$$\Big(1(l < L^*)\Delta(\Pi|l_1 = l) + 1(l = L^*)\Delta(\Pi|L^* = l) + 1(l > L^*)\Delta(\Pi|l_2 = l) \Big). \quad (9.72)$$

Defina la función $\varphi : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{R}$ como

$$\varphi(N, L^*) = \sum_{l=0}^{L^*} \binom{N-1}{l} \binom{N-1-l}{N-1-L^*} (-1)^{L^*-1} \Big(1(l < L^*)\Delta(\Pi|l_1 = l) + 1(l = L^*)\Delta(\Pi|L^* = l) \Big). \quad (9.73)$$

Por lo tanto, podemos escribir la expresión en (9.70) para $\pi_i(e_{-i})$ como

$$\pi_i(e_{-i}) = \sum_{k=0}^{N-L^*-2} \rho(N, L^*, k) e^{N-1-k} + \varphi(N, L^*) e^{L^*} + 1(L^* > 0)\Delta(\Pi_i|l_1 = 0)$$
$$- 1(L^* > 1)(N-1)[\Delta(\Pi_i|l_1 = 0) - \Delta(\Pi_i|l_1 = 1)]e. \quad (9.74)$$

Por la solución del contrato óptimo dada en (4.2), para encontrar el nivel de esfuerzo en el equilibrio simétrico, sustituimos $\pi_i(e_{-i}) = 2e$. De tal forma que se obtiene la expresión (6.25) de la Propoisicón 5. Q.E.D

Demostración de la Proposición 6. Suponga que existe una sola empresa en la industria. Recuerde la expresión para los beneficios en monopolio dada por (4.3) y nótese que los beneficios son el cuadrado de la cantidad en equilibrio. De tal forma que el excedente total del mercado en un monopolio está dado por

$$EM(c_i) = \frac{3(1-c_i)^2}{8}. \tag{9.75}$$

Recuerde que $e = prob.\{c_i = c_L\}$. Por lo tanto, el excedente total esperado de un mercado monopólico está dado por

$$E[EM^M(e)] = \frac{3(ec(2-c) + (1-c)^2)}{8}. \tag{9.76}$$

Sustituyendo $e = e^M$ dado en (4.4) obtenemos

$$E[EM^M] = \frac{3}{64}\Big[c^4 - 4c^3 + 12c^2 - 16c + 8\Big]. \tag{9.77}$$

El costo por la realización de esfuerzo de la industria está dado por

$$\psi(e^M) = \frac{1}{2}\left(\frac{c(2-c)}{8}\right)^2. \tag{9.78}$$

Por lo tanto, el excedente total esperado de la industria, definido como la expresión (9.77) menos (9.78), está dado por

$$E[ET^M] = \frac{5c^4 - 20c^3 + 68c^2 - 96c + 48}{128}. \tag{9.79}$$

Ahora suponga que la industria es un duopolio. Recuerde la expresión para los beneficios en un duopolio dada en (5.9) y nótese que los beneficios son el cuadrado de la cantidad en equilibrio. De tal forma que el excedente total del mercado en un duopolio está dado por

$$EM(c_i, c_j) = \frac{1}{18}\Big[8 - 8c_i - 8c_j - 14c_ic_j + 11c_i + 11c_j\Big]. \tag{9.80}$$

Por lo tanto, calculando la esperanza obtenemos

$$E[EM^D(e)] = \frac{1}{9}\Big[-7c^2e^2 + (8c + 3c^2)e + 4(1-c)^2\Big]. \tag{9.81}$$

Sustituyendo $e = e^D$ dado en la expresión (6.6) obtenemos

$$E[EM^D|c \leq 1/2] = \frac{16c^6 - 20c^5 + 164c^4 - 234c^3 + 612c^2 - 648c + 324}{9(9 + 2c^2)^2}; \tag{9.82}$$

$$E[EM^D|c > 1/2] = \frac{-298c^4 + 7904c^3 + 15804c^2 - 35040c + 21316}{9(73 + 8c - 4c^2)^2}. \tag{9.83}$$

El costo por la realización de esfuerzo de la industria está dado por

$$\sum_i \psi(e^D) = \left(\frac{2c}{9 + 2c^2}\right)^2 \quad \forall c \in (0, 1/2], \tag{9.84}$$

$$\sum_i \psi(e^D) = \left(\frac{(1 + 2c)(5 - 2c)}{73 + 8c - 4c^2}\right)^2 \quad \forall c \in (1/2, 1]. \tag{9.85}$$

Por lo tanto, el excedente total esperado de la industria, definido como la expresión (9.82) y (9.83) menos (9.84) (9.85), respectivamente, está dado oor

$$E[ET^D|c \leq 1/2] = \frac{2(8c^6 - 10c^5 + 82c^4 - 117c^3 + 288c^2 - 324c + 162)}{9(9 + 2c^2)^2}; \tag{9.86}$$

$$E[ET^D|c > 1/2] = \frac{-442c^4 + 8480c^3 + 15588c^2 - 35760c + 21091}{9(73 + 8c - 4c^2)^2}. \tag{9.87}$$

Se puede mostrar que la expresión (9.79) para $E[ET^M]$ es menor a las expresiones (9.86) y (9.87) para $E[ET^D|c \leq 1/2]$ y $E[ET^D|c > 1/2]$, respectivamente. Por lo tanto,

$$E[ET^D] > E[ET^M] \quad \forall c \in (0, 1]. \tag{9.88}$$

Q.E.D

Demostración de la Proposición 7. En el caso de monopolio, el excedente del consumidor y del productor están dados por $EC(Q) = Q/2$ y $EP(Q) = (1 - Q - c_i)Q$. Por lo tanto, la razón $\mathcal{R}_{se}^M$ está dada por

$$\mathcal{R}_{se}^M(Q) = \frac{Q}{2(1 - Q - c_i)} \quad \forall c_i \in \{c_L, c_H\}. \tag{9.89}$$

Recuerde que la cantidad en equilibrio está dada por $Q(c_i) = (1 - c_i)/2$. Sustituyendo está expresión en (9.89) obtenemos que $\mathcal{R}_{se}^M = 1/2 \, \forall c \in (0, 1]$.

En el caso de duopolio, siguiendo las definiciones de excedente de consumidor y productor y sustituyendo la expresión para la cantidad en equilibrio (la raíz cuadrada de la expresión (5.9)), se obtiene que la razón $\mathcal{R}_{se}^D$

está dada por

$$\mathcal{R}_{se}^{D}(c_i, c_j) = \frac{(2 - c_i - c_j)^2}{2(2 - 2c_i - 2c_j - 8c_i c_j + 5c_i^2 + 5c_j^2)} \quad \forall c_i, c_j \in \{c_L, c_H\}. \tag{9.90}$$

En equilibrio, $e^D = prob.\{c_i = c_L\}$ $\forall i = 1, 2$, donde e^D está dado por la expresión (6.6). Calculando la esperanza de la expresión (9.90) sobre la distribución de costos obtenemos

$$E(\mathcal{R}_{se}^{D}) = 1 + \sigma(c), \tag{9.91}$$

donde

$$\sigma(c) = \left(\frac{9c^2}{2 - 2c + 5c^2}\right)(e^D + 1)e^D. \tag{9.92}$$

Es fácil mostrar que $\sigma(c) \geq 0$ $\forall c \in (0, 1]$.

Q.E.D

Referencias

Aggarwal, R. K. y Samwick, A. A. (1999), Executive Compensation, Strategic Competition, and Relative Performance Evaluation: Theory and Evidence, *The Journal of Finance*, 54 (6), 1999-1043.

Arrow, K. (1962), Economic Welfare and the Allocation of Resoruces for Invention, en Nelson, R. (ed.), *The Rate and Direction of Inventive Activity* (Princeton: Princeton University Press).

Beiner, S., Schmid, M. M. y Wanzenried, G. (2011), Product Market Competition, Managerial Incentives and firm Valuation, *European Financial Management*, 17 (2), 331-366.

Cuñat, V. y Guadalupe, M. (2005), How Does Product Market Competition Shape Incentive Contracts?, *Journal of the European Economic Essociation*, 3 (5), 1058-1082.

Fershtman, C. y Judd, K. L. (1987), Equilibrium Incentives in Oligopoly, *The American Economic Review*, 77 (5), 927-940.

Hart, O. D. (1983), The Market Mechanism as an Incentive Scheme, *The Bell Journal of Economics*, 14 (2), 366-282.

Hermalin, B. (1992), The Effects of Competition on Executive Behavior, *The RAND Journal of Economics*, 23, 350-365.

Hermalin, B. (1994), Heterogeneity in Organization Form: Why Otherwise Identical firms Choose Different Incentives for Their Managers, *The RAND Journal of Economics*, 25, 518-537.

Hicks, J. R. (1935), Annual Survey of Economic Theory: The Theory of Monopoly, *Econometrica*, 3 (1), 1-20.

Holmström, B. (1982), Moral Hazard in Teams, *The Bell Journal of Economics*, 13, 392-415.

Horn, H., Lang, H. y Lundgren, S. (1994), Competition, Long Run Contracts and Internal Inefficiencies in Firms, *European Economic Review*, 38, 213-233.

Karuna, C. (2007), Industry Product Market Competition and Managerial Incentives, *Journal of Accounting and Economics*, 43, 274-297.

Leibenstein, H. (1966), Allocative Efficiency vs. X-Efficiency, *The American Economic Review*, 56, 392-415.

Martin, S. (1993), Endogenous Firm Efficiency in a Couornot Principal-Agent Model, *Journal of Economic Theory*, 59, 445-450.

Mookherjee, D. (1984), Optimal Incentive Schemes with Many Agents, *The Review of Economic Studies*, 51 (3), 433-446.

Motta, M. (2004) *Competition Policy. Theory and Practice* (Cambridge: Cambridge University Press).

Nalebuff, B. J. y Stiglitz, J. E. (1983), Information, Competition and Markets, *The American Economic Review*, 73 (2), 278-283.

Nickell, S. J. (1996), Competition and Corporate Performance, *Journal of Political Economy*, 104 (4), 724-746.

Piccolo, S., D'Amato, M. y Martina, R. (2008), Product Market Competition and Organizational Slack under Profit-Targeting Contracts, *International Journal of Industrial Organization*, 26, 1389-1406.

Plehn-Dujowich, J. M. y Serfes, K. (2010), Strategic Managerial Incentives Arising From Product Market Competition, (Unpublished Working Paper).

Porter, M. E. (1990) *The Competitive Advantage of Nations* (New York: The Free Press).

Raith, M. (2003), Competition, Risk, and Managerial Incentives, *The American Economic Review*, 93 (4), 1425-1436.

Ross, D. y Scherer, F. M. (1990) *Industrial Market Structure and Economic Performance* (Boston: Houghton

Mifflin Company).

Scharfstein, D. (1988), Product-Market Competition and Managerial Slack, *The RAND Journal of Economics*, 19 (1), 147-155.

Schmidt, K. M. (1994), Managerial Incentives and Product Market Competition (Discussion Paper No. A-430, SFB 303, University of Bonn).

Schmidt, K. M. (1997), Managerial Incentives and Product Market Competition, *The Review of Economic Studies*, 64 (2), 191-213.

Schumpeter, J. A. (1942) *Capitalism, Socialism and Democracy* (United Kingdom: George Allen & Unwin).

Sklivas, S. D. (1987), The Strategic Choice of Managerial Incentives, *The RAND Journal of Economics*, 18 (3), 452-458.

Smith, A. (1776) *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations* (London: W. Strahan and T. Cadell).

Van Reenen, J. (2011), Does Competition Raise Productivity Through Improving Management Quality?, *International Journal of Industrial Organization*, 29, 306-316.

Vickers, J. (1995), Concepts of Competition, *Oxford Economic Papers, New Series*, 47 (1), 1-23.

Weibull, J. W. (1997), Internal Efficiency and External Conditions (Working Paper No. 479, The Research Institute of Industrial Economics).

Willig, R. D. (1987), Corporate Governance and Market Structure, en Razin, A. y Sadka, E. (eds.), *Economic Policy in Theory and Practice* (London: Macmillan & Co.).