

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA ECONÓMICAS, A.C.



CAUSALIDAD EN SEGUNDOS MOMENTOS: UNA APLICACIÓN A LA
VOLATILIDAD BURSÁTIL EN MÉXICO, ESTADOS UNIDOS Y AUSTRALIA

TESINA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN ECONOMÍA

PRESENTA

OMAR ALEJANDRO GONZÁLEZ RIVAS

DIRECTOR DE LA TESINA: DR. RODOLFO SÓCRATES CERMEÑO BAZÁN

CIUDAD DE MÉXICO

JUNIO, 2016

A mi madre, por apoyarme todos estos años.

Agradecimientos

A mi asesor el Dr. Rodolfo Cermeño, por guiarme en la elaboración de este trabajo.

A todos los buenos profesores que he tenido a lo largo de mi vida, en especial a mis profesores de ESFM y del CIDE por llevarme al conocer el límite de mis capacidades y al mismo tiempo inculcar en mí el gusto por las matemáticas y la economía.

A mis amigos, por esas tardes jugando billar o ping pong que hicieron aún más divertidos este par de años.

Índice general

1. Introducción	1
2. Revisión de Literatura	6
3. Medición de la Volatilidad	9
3.1. Medidas Simples	10
3.1.1. Volatilidad Histórica	11
3.1.2. Medida de Fama	12
3.1.3. Suavizado Exponencial	14
3.2. Medidas Estructuradas	15
3.2.1. Modelo ARCH	16
3.2.2. Modelo GARCH	17
3.2.3. Modelo EARCH	18
4. Pruebas de Causalidad de Granger	21
4.1. Prueba de causalidad de Granger en series de tiempo	22

5. Resultados	25
5.1. Causalidad Bajo Mdelo VAR (1) Trivariado	26
5.1.1. Medidas Simples	26
5.1.2. Medidas Estructuradas	28
5.2. Causalidad Bajo Modelo VAR (K) Trivariado	29
5.2.1. Medidas Simples	30
5.2.2. Medidas estructuradas	31
6. Conclusiones	33
A. Tablas	36
A.1. Medidas simples y VAR (1)	37
A.1.1. Volatilidad histórica	37
A.1.2. Medida de Fama	39
A.1.3. Suavizado exponencial	41
A.2. Medidas estructuradas y VAR (1)	43
A.2.1. ARCH	43
A.2.2. GARCH	45
A.2.3. EARCH	47
A.3. Medidas simples y VAR (k)	49
A.3.1. Volatilidad histórica	49
A.3.2. Medida de Fama	50

A.3.3. Suavizado exponencial	51
A.4. Medidas estructurada y VAR (k)	52
A.4.1. ARCH	52
A.4.2. GARCH	53
A.4.3. EARCH	54

Índice de figuras

3.1. Volatilidad Histórica	12
3.2. Volatilidad Histórica	12
3.3. Medida de Fama	13
3.4. Suavizado Exponencial	15
3.5. Volatilidad estimada por modelo ARCH	17
3.6. Volatilidad estimada por modelo GARCH	18
3.7. Volatilidad estimada por modelo EARCH	20

Índice de cuadros

5.1. Resumen pruebas de causalidad medidas simples bajo VAR (1)	28
5.2. Resumen pruebas de causalidad medidas estructuradas bajo VAR (1)	29
5.3. Resumen pruebas de causalidad medidas simples bajo VAR (K)	31
5.4. Resumen pruebas de causalidad medidas estructuradas bajo VAR (K)	32
A.1. Prueba de causalidad de Granger. Volatilidad histórica.	37
A.2. Modelo VAR (1) trivariado para volatilidad histórica.	38
A.3. Prueba de causalidad de Granger. Medida de Fama	39
A.4. Modelo VAR (1) trivariado para medida de Fama.	40
A.5. Prueba de causalidad de Granger. Suavizado Exponencial.	41
A.6. Modelo VAR (1) trivariado para suavizado exponencial	42
A.7. Prueba de causalidad de Granger. Modelo ARCH	43
A.8. Modelo VAR (1) trivariado para ARCH	44
A.9. Prueba de causalidad de Granger. Modelo GARCH	45
A.10. Modelo VAR (1) trivariado para GARCH	46

A.11.Prueba de causalidad de Granger. Modelo EARCH	47
A.12.Modelo VAR (1) trivariado para EARCH	48
A.13.Prueba de causalidad de Granger. Volatilidad histórica.	49
A.14.Prueba de causalidad de Granger. Medida de Fama	50
A.15.Prueba de causalidad de Granger. Suavizado exponencial.	51
A.16.Prueba de causalidad de Granger. Modelo ARCH	52
A.17.Prueba de causalidad de Granger. Modelo GARCH	53
A.18.Prueba de causalidad de Granger. Modelo EARCH	54

Capítulo 1

Introducción

El objetivo principal de este trabajo es el de investigar si existen, y en qué dirección, efectos causales entre México y Estados Unidos en cuanto a volatilidad. Además de contrastarlos con la creencia popular de la alta dependencia de la economía mexicana hacia la estadounidense.

Debido al interés que se tiene en el comportamiento de la volatilidad de los mercados financieros, sobre todo en los mercados de derivados, es importante investigar la existencia de una relación causal entre las volatilidades de los mercados financieros, en nuestro caso es de particular interés la relación entre Estados Unidos y México. De existir dicha relación causal, esta permitirá comprender mejor el comportamiento de las volatilidad en los mercados y por lo tanto dará capacidad de pronóstico de la misma.

Dentro de la economía y en particular las finanzas es de vital importancia el predecir el comportamiento de los activos y poder caracterizar estas predicciones. Desde un punto de vista del problema del portafolio se establece un trade-off entre el rendimiento de los

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

portafolios de inversión y el riesgo asumido, entendiendo por riesgo la volatilidad de dicho portafolio, por lo que una sobre o sub estimación de la volatilidad podría conducir a pérdidas a un inversionista.

Por lo anterior es de gran interés no solo determinar los factores que tienen influencia sobre el rendimiento de los activos sino que además es necesario determinar los factores que afectan la volatilidad de los mismos. Incluso parte de la teoría de valuación de opciones y derivados financieros¹ hace a un lado la importancia de la estimación del primer momento de la distribución de los rendimientos (rendimiento esperado) y se centra en el segundo o más precisamente en la volatilidad.

Dentro de un mundo cada vez más globalizado es vital establecer las relaciones y efectos que existen entre las economías y los mercados financieros para poder comprender el comportamiento de los mismos. Esto aunado al interés en determinar los factores que tienen efecto sobre el comportamiento de la volatilidad de los rendimientos hace de especial interés estudiar los efectos causales en la volatilidad y por lo tanto segundos momentos.

Históricamente la relación Estados Unidos y México ha sido muy estrecha por lo que se ría de esperarse que hubiera efectos causales del comportamiento de una economía sobre la otra, por lo que es particularmente importante conocer si hay, y en qué dirección relaciones causales entre las volatilidades de ambos países.

Para contrastar los resultados obtenidos se tomara como referencia el mercado financiero australiano. Esto para tratar de controlar problemas relacionados con causalidad indirecta, es decir, si se hicieran la pruebas de causalidad de una variable a otra, llamémosles A y B, estas

¹Véase Hull (1997).

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

podrían dar resultados positivos. Sin embargo, lo que podría estar pasando es que en realidad A tiene un efecto causal sobre otra variable C y está, a su vez, sobre B. Entonces al incluir un tercer país este actuara de manera tal, que al menos parcialmente ayudara a limpiar los efectos causales entre México y Estados Unidos que son los que en verdad nos interesan.

Los datos utilizados para el estudio serán el IPyC², SP500³ y ASX 200⁴ para México, Estados Unidos y Australia respectivamente. Los 3 índices son índices bursátiles que ponderan las principales acciones en sus respectivos mercados por lo cual son excelentes proxies del comportamiento de cada uno de los mercados. Se tomaron datos diarios de los rendimientos del periodo de noviembre 1992 a diciembre del 2015, con un total de 5768 datos.

El motivo de incluir a Australia, y no algún otro país, es principalmente que se requería un país económicamente de dimensiones parecidas a México. Como extra, como podría suponerse simplemente por la situación geográfica, Australia tiene una relación económica relativamente menor que la que existe con el mercado mexicano.⁵

El motivo de elegir un país de un tamaño parecido es el de no obtener resultados engañosos en cuanto a la causalidad, ya que si tomamos un país con una economía mucho menor, por ejemplo Haití, el impacto sobre las economías tanto estadounidenses como mexicanas podría ser nulo pero esto simplemente es porque se trata de una economía mucho menor tamaño, por lo que no son realmente comparables las relaciones causales. De manera parecida si se hiciera la comparativa con un país de mayor tamaño, como por ejemplo China, podrían

²<http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EMXX+Historical+Prices>

³<http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EGSPC+Historical+Prices>

⁴<https://au.finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EAXJO>

⁵Para confirmar esto, se estimó la correlación entre las series de rendimientos dando como resultado una correlación de 0.3654 entre Australia y Estados Unidos, 0.5779 entre México y Estados Unidos y finalmente 0.3219 para la correlación entre México y Australia

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

parecer insignificantes sobre todo los efectos causales de México sobre Estados Unidos. Por otra parte, al tener una relación no tan directa con Estados Unidos se podría llegar a investigar si la relación causal en la volatilidad esta necesariamente ligada a la relación en el presente de los rendimientos

Primeramente se estimó la volatilidad mediante 6 de los modelos y medidas más aceptados en la literatura financiera actual, 3 medidas del tipo simple y 3 más del tipo estructuradas. Para obtener un primer acercamiento se estimó un modelo vectorial auto regresivo de orden 1 VAR(1) y se investigó mediante pruebas de causalidad de Granger evidencia de efectos causales entre los tres países. Después, para obtener pruebas con mayor robustez, se estimaron modelos VAR(k) donde el orden del modelo k quedó determinado por criterios de información y nuevamente se investigaron las relaciones causales entre los 3 países.

A grandes rasgos los resultados de pueden dividir en 4 grupos, 2 para medidas simples y estructuradas y a su vez estos resultados se dividen en 2 para el modelo más básico VAR(1) y otro más para el modelo VAR (k) más general. En cuanto las medidas simples de volatilidad los resultados son consistentes desde el modelo básico VAR (1) mostrando relaciones causales entre la mayoría de los países. Sin embargo, se demuestra que bajo estas medidas, la volatilidad del mercado financiero mexicano no afecta a la de los otros 2 países. Para el caso de las medidas estructuradas las pruebas en base al modelo VAR (1) son muy poco concluyentes mientras que para el modelo VAR(k) general se encuentra una fuerte evidencia de causalidad en todas direcciones en la volatilidad de los 3 países estudiados.

La estructura del trabajo es la siguiente. En el capítulo dos de la tesina se hace una breve revisión de los algunos de los principales trabajos sobre causalidad hechos hasta el momento y se comenta acerca de los trabajos sobre causalidad en primer momento. En el

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

tercer capítulo se presentan las diferentes maneras de definir la volatilidad y sus principales modelos, así como las correspondientes estimaciones de series de volatilidad para cada uno de los tres países estudiados. En el cuarto capítulo se hace una descripción de lo que es la causalidad, también en este capítulo se detalla la metodología para elaborar la prueba de causalidad de Granger la cual es la utilizada para hacer las pruebas más adelante. En el capítulo 5 se dan los resultados bajo los distintos modelos de volatilidad y finalmente en el capítulo 6 se dan las conclusiones.

Capítulo 2

Revisión de Literatura

Dentro de la literatura econométrica existen diversos trabajos sobre causalidad sin embargo estos están concentrados en la causalidad de primer momento, como se menciona en el paper de J.-M. Dufour y Zhang (2015).¹ Mientras que, por otra parte, son relativamente pocos los trabajos que se han especializado en el caso del segundo momento, entre ellos C. Granger y cols. (1986), Comte y Liberman (2000), Hafner (2009), Gouriéroux y Jasiak (2007), Wozniak (2012), Caporin (2003) y J.-M. Dufour y Zhang (2015), de los cuales en seguida se hace una breve revisión.

En C. Granger y cols. (1986) se introduce por primera vez el concepto de causalidad en segundo orden un periodo adelante. Mientras que Comte y Liberman (2000) generalizan el concepto de no causalidad de segundo orden en un marco multivariado, proporcionando nuevas definiciones de no causalidad en varianza, haciendo hincapié en que la diferencia entre causalidad en segundo momento y varianza depende de la manera en la que se defina la media condicional.

¹Granger (1969), Sims (1980), Hsiao (1982), Geweke (1982, 1984), Florens & Mouchart (1982, 1985), Lütkepohl (1993a, 1993b), Boudjellaba, Dufour & Roy (1992, 1994), Gouriéroux & Monfort (1997), Dufour and Renault (1998), Dufour, Pelletier & Renault (2006) y Dufour & Taamouti (2010).

CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

En J. Dufour y Renault (1998) se menciona que la no causalidad en varianza un periodo adelante no necesariamente implica no causalidad en periodos posteriores, ya que si se utilizan variables auxiliares estas pueden tener un efecto causal posterior. Es decir, en el primer periodo adelantado la causalidad puede recaer en una de esas variables y un periodo más esa variable tener un efecto causal en la variable de interés, por lo que podría presentarse el caso de causalidad indirecta.

Hafner (2009) por su parte proporciona una manera de medir esta causalidad basándose en un modelo GARCH multivariado. Sin embargo, este enfoque tiene importantes carencias sobre todo en el marco en el que será aplicado en la tesina, es débil capturando el efecto causal más de un periodo adelante debido a que es incapaz de capturar los efectos indirectos. Además, esta medida de causalidad en varianza no es correcta bajo causalidad en la media y debido a que muy probablemente esta exista en el caso que nos interesa no es una metodología que pueda aplicarse.

En Gouriéroux y Jasiak (2007) se utiliza una transformada de Laplace condicional la cual es más fácil de usar particularmente en el análisis financiero que una densidad condicional. Este paper da una interpretación de causalidad lineal y no lineal basada en la primera y segunda derivada de la transformada de Laplace condicional.

Otros trabajos como Wozniak (2012) utiliza los modelos ECCC-GARCH para detectar relaciones causales en segundos momentos y deriva las condiciones para no causalidad entre vectores de variables. Además, propone un método para probar la restricción de no causalidad en el sentido de Granger pero dada la no linealidad de las restricciones estas pruebas tienen un uso limitado.

CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

Caporin (2003) se basa en un modelo GARCH bivariado para detectar causalidad en segundo orden, aunque el método utilizado no permite identificar la dirección de esta causalidad. Mientras que por otra parte, J.-M. Dufour y Zhang (2015) obtiene condiciones paramétricas necesarias para verificar causalidad en media y varianza usando un modelo VAR-GARCH-M.

En el presente trabajo se procederá bajo la definición de causalidad según C. Granger y cols. (1986). Además, se realizarán las pruebas de causalidad según la metodología descrita por Montero (2013). Mientras que la elección de los modelos de estimación de volatilidad utilizados se basará en los descritos por Robles (1999).

Capítulo 3

Medición de la Volatilidad

La volatilidad dentro de una serie se mide como la distancia entre el valor esperado y el valor observado, existen diferentes métricas para obtener dicha distancia. Algunas veces, en el caso de series de rendimientos, la volatilidad se mide como el valor absoluto o el cuadrado del rendimiento, considerando que en general los rendimientos esperados son cercanos a cero y eso simplifica los cálculos.

Dado que la volatilidad como tal no es una medida tangible como puede ser por ejemplo un rendimiento, en el cual tiene un valor bien definido, se debe antes definir bien la métrica y sobre todo ser congruentes. Es decir, medir de la misma manera la volatilidad de las diferentes series para que sean estas comparables.

Existen dos grandes grupos de medidas de volatilidad, las medidas simples y las estructuradas. Las medidas simples han sido las más exitosas en la práctica de los mercados financieros debido a que, como su nombre lo indica, son muy sencillas de calcular y prácticamente no requieren ningún supuesto sobre el proceso generador de la serie.

Por otra parte, las medidas estructuradas parten de suponer un cierto proceso generador de datos, el cual depende de ciertos parámetros, es decir se tratan de modelos paramétricos. Y, mediante las propiedades estadísticas propuestas se trata de estimar los valores de dichos coeficientes.

Una vez definida la volatilidad el primer paso para poder investigar sobre los posibles efectos causales en las volatilidades es estimarlas de la manera más correcta posible. Las medidas simples utilizadas serán volatilidad histórica, medida de Fama y suavizado exponencial, mientras que en el caso de las medidas estructuradas los modelos utilizados fueron ARCH, GARCH y EARCH, en las siguientes 2 subsecciones se detalla cómo se procedió en cada una de las estimaciones.

3.1. Medidas Simples

Para las 3 primeras métricas de volatilidad se debe cumplir que $E[r_t] = 0$, sin embargo esto no se cumple del todo para ninguna de las 3 series por lo cual se restó la esperanza muestral de los retornos a la serie original. Esto, aprovechando el hecho de que la suma o resta de una constante no debería alterar la volatilidad. Los detalles de cada una de estas primeras métricas de volatilidad así como de su estimación se encuentran a continuación.

3.1.1. Volatilidad Histórica

Esta es posiblemente la medida más intuitiva y fácil de implementar, y se calcula de la siguiente manera:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{k} \sum r_{t-i}^2}$$

CAPÍTULO 3. MEDICIÓN DE LA VOLATILIDAD

Donde σ_t es la volatilidad del periodo t , k es el horizonte de estimación y r_t el rendimiento en el periodo t .

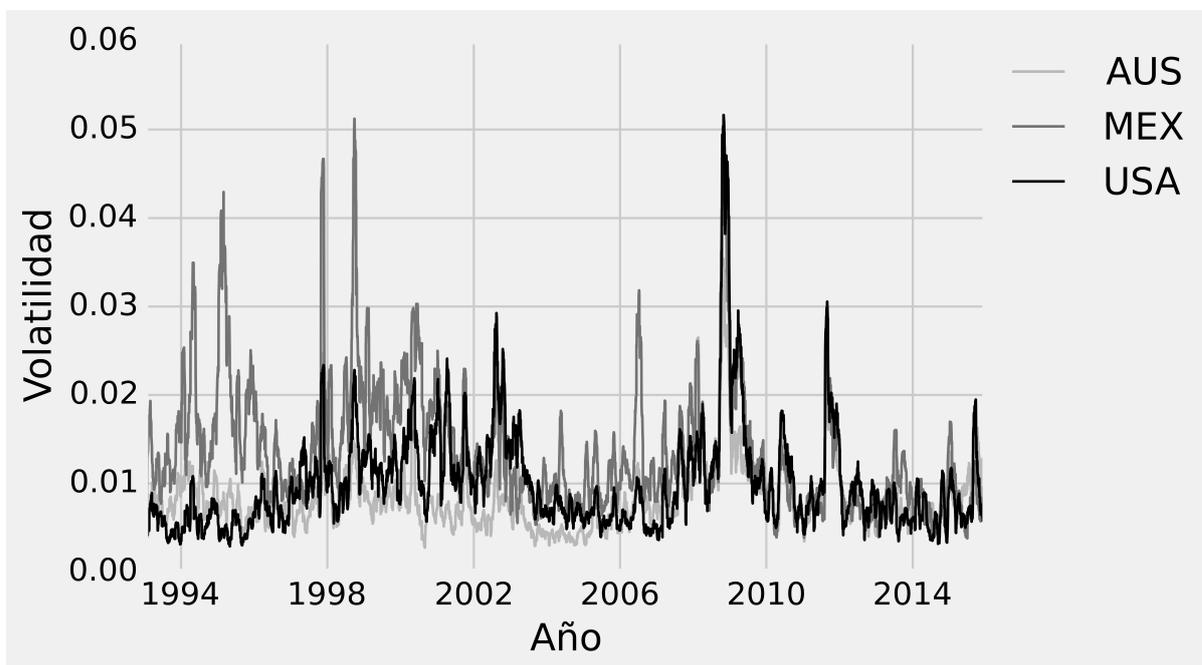
En el caso de la volatilidad histórica se calculó con un horizonte de 5 días. Aunque no hay un motivo específico en términos de criterios de información o bondad de ajuste para la elección de este criterio, se eligió un horizonte relativamente corto para evitar, por construcción, problemas de raíz unitaria. Esto debido a que si, por ejemplo, el horizonte es 200, la volatilidad estimada en el siguiente periodo compartirá 199 datos por lo que se podría pensar ambas estimaciones son parecidas, y por lo tanto, las pruebas podrían arrojar que estamos en presencia de una raíz unitaria.

Además de este problema esta medida tiene la debilidad de asignar idénticos pesos tanto a observaciones relativamente recientes como a observaciones más viejas. Por lo cual un horizonte grande implicara que lo ocurrido un día antes tendrá exactamente el mismo efecto sobre la volatilidad contemporánea que lo ocurrido, por ejemplo si el horizonte fueran 40 días, que lo ocurrido hace 2 meses.

La estimación de las volatilidades bajo esta métrica para los tres países se muestra en la figura 3.1.

Donde podemos observar que la volatilidad de los 3 mercados financieros se mueve relativamente junta y tienen picos justo en períodos de crisis, como en 1994 en México o 2008 en las 3 economías. Y, adelantándonos un poco, esto se observa no solo para los modelos simples, sino también para los modelos estructurados.

Figura 3.2: Volatilidad Histórica



Elaboración propia con base en datos tomados de finance.yahoo.com.

3.1.2. Medida de Fama

Esta medida es básicamente idéntica a la volatilidad histórica con la diferencia de ser una métrica lineal y no cuadrática, la expresión para la medida de Fama está dada por:

$$\sigma_t = \frac{1}{k} \sum |r_{t-i}|$$

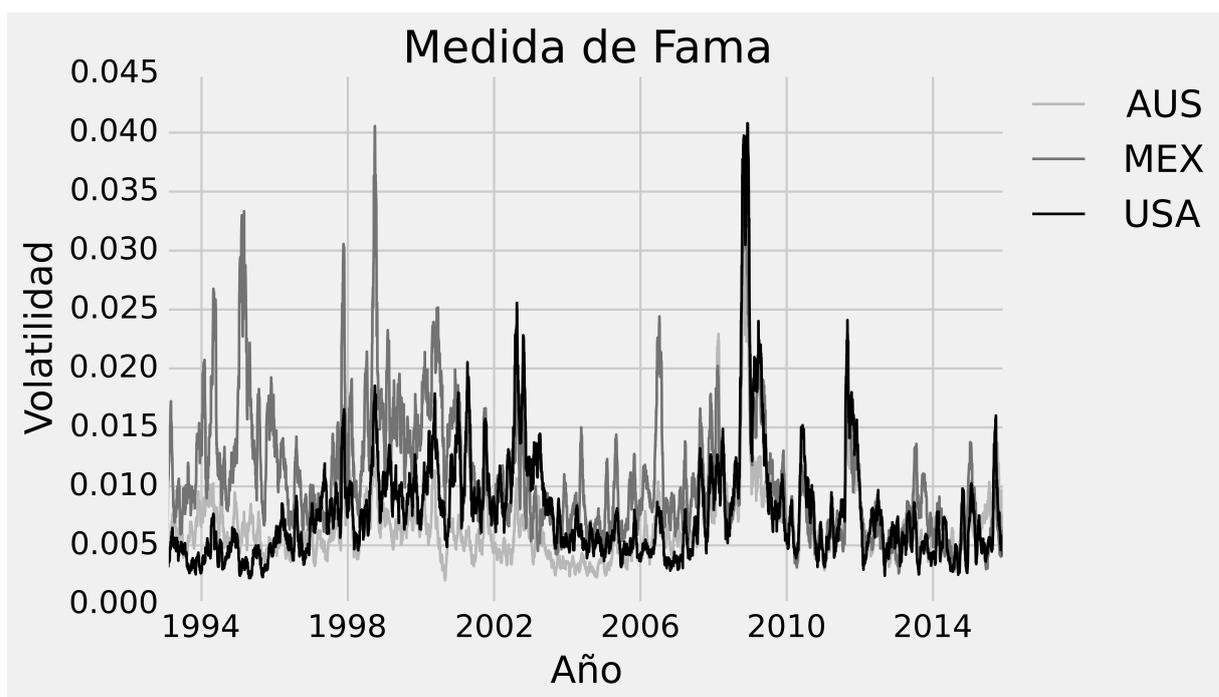
Donde nuevamente k es el horizonte de estimación y r_t el rendimiento en el periodo t .

La medida de Fama en general tiene los mismos problemas que los mencionados en el caso de la volatilidad histórica, como lo son determinación del horizonte y dar el mismo peso a observaciones antiguas. Sin embargo, al ser una medida lineal es más robusta a valores extremos.

CAPÍTULO 3. MEDICIÓN DE LA VOLATILIDAD

La estimación de las volatilidades bajo esta métrica para los tres países se muestra en la figura 3.2. Que como se puede observar es una medida casi idéntica a la medida por volatilidad histórica.

Figura 3.3: Medida de Fama



Elaboración propia con base en datos tomados de finance.yahoo.com.

3.1.3. Suavizado Exponencial

La medida de suavizado exponencial está dada por la expresión:

$$\sigma_t = \sqrt{(1 - \gamma)r_t^2 + \gamma\sigma_{t-1}^2}$$

Donde r_t es el rendimiento en el periodo t y σ_t es la volatilidad del periodo t y γ un parámetro de suavizado entre 0 y 1.

CAPÍTULO 3. MEDICIÓN DE LA VOLATILIDAD

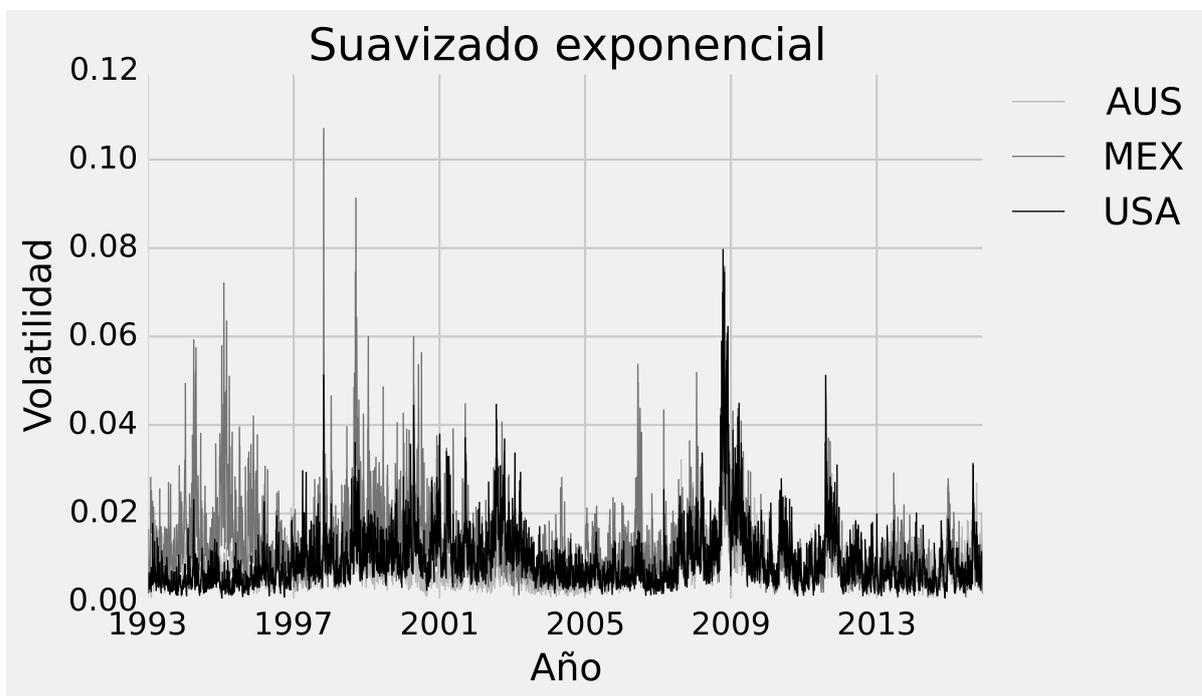
Esta medida es en cierto sentido parecida a la volatilidad histórica pero resuelve uno de sus principales problemas, al reescribirla de la siguiente forma, de manera parecida a como se haría para convertir un modelo auto regresivo AR a uno de media móvil infinito MA(∞) la expresión queda:

$$\sigma_t = \sqrt{(1 - \gamma) \sum_{i=0}^{\infty} \gamma^{i-1} r_{t-i}^2}$$

De donde puede observarse que todos los datos anteriores a t son considerados para el cálculo de la volatilidad contemporánea, pero a diferencia de las dos medidas anteriores, el peso de estas decrece exponencialmente, propiedad la cual da el nombre a esta medida. Es decir, bajo esta métrica de volatilidad no importa que tan lejos este una observación en el pasado, siempre será tomada en cuenta pero cada vez con un menor peso.

Las series de volatilidad estimada bajo suavizado exponencial se muestra en la figura 3.3.

Figura 3.4: Suavizado Exponencial



Elaboración propia con base en datos tomados de finance.yahoo.com.

Una observación adicional a esta medida es que, al depender en una proporción $1 - \gamma$ del retorno contemporáneo, esto causa grandes saltos en su estimación, dando lugar a series estimadas de volatilidad mucho menos suavizadas.

3.2. Medidas Estructuradas

Como se mencionó anteriormente, este tipo de medidas dependen de la suposición de un cierto proceso generador de datos. Donde la volatilidad de los rendimientos está definida como la varianza de dicho proceso generador de datos.

3.2.1. Modelo ARCH

Uno de los modelos más básicos en cuanto modelos de volatilidad, desarrollado por Engle (1982), es el modelo auto regresivo de heterocedasticidad condicional, ARCH por sus siglas en inglés. En donde el proceso generador de datos se basa en un proceso auto regresivo AR (q). Es decir la serie de rendimientos se genera de la siguiente manera:

$$r_t = \sum_{i=1}^q \phi_i r_{t-i} + \epsilon_t$$

Pero con la fundamental diferencia de que el término ϵ_t no es ruido blanco, debido a que su varianza no es constante y está dado por:

$$\epsilon_t = z_t \sigma_t$$

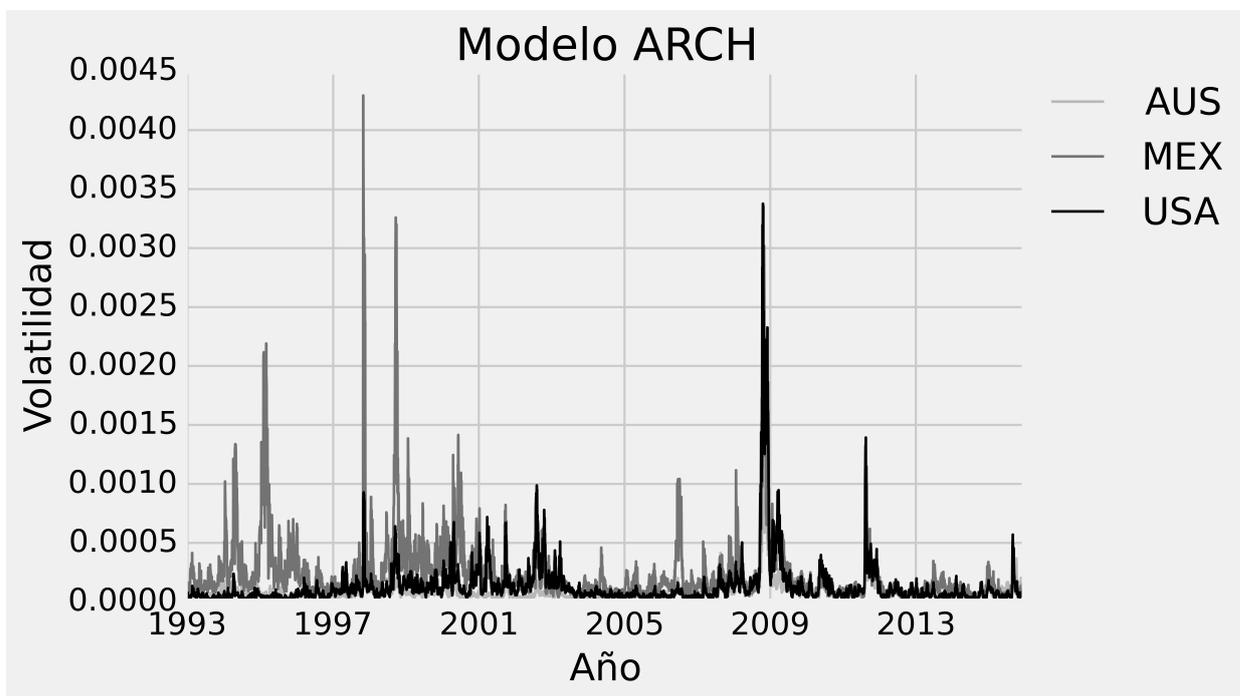
Donde, aunque z_t sí es ruido blanco σ_t tiene su propio proceso:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2$$

Y por lo tanto la varianza de ϵ_t , y en consecuencia del proceso generador de los retornos, es no constante.

Bajo este modelo, la volatilidad estimada de los 3 países se observa en la figura 3.4.

Figura 3.5: Volatilidad estimada por modelo ARCH



Elaboración propia con base en datos tomados de finance.yahoo.com.

La elección de los rezagos a considerar q se hizo en base a criterios de información de Akaike y bayesianos ponderando ambos criterios de igual manera. Además, para verificar la correcta especificación del modelo se revisó el correlograma de los residuos estimados, los cuales fueron estadísticamente iguales a cero hasta el rezago 32.¹

3.2.2. Modelo GARCH

Desarrollado por Bollerslev (1986) modelo autorregresivo de heterocedasticidad condicional generalizado GARCH, como su nombre lo indica, es un modelo poco más general que el modelo ARCH visto previamente, el cual fue desarrollado por Engle (1982), donde esta

¹Para los modelos GARCH y EARCH se procedió de igual manera, mediante criterios de información se eligió el número de rezagos y se hizo la correspondiente revisión de los correlogramas de los residuos para verificar la correcta especificación de los modelos.

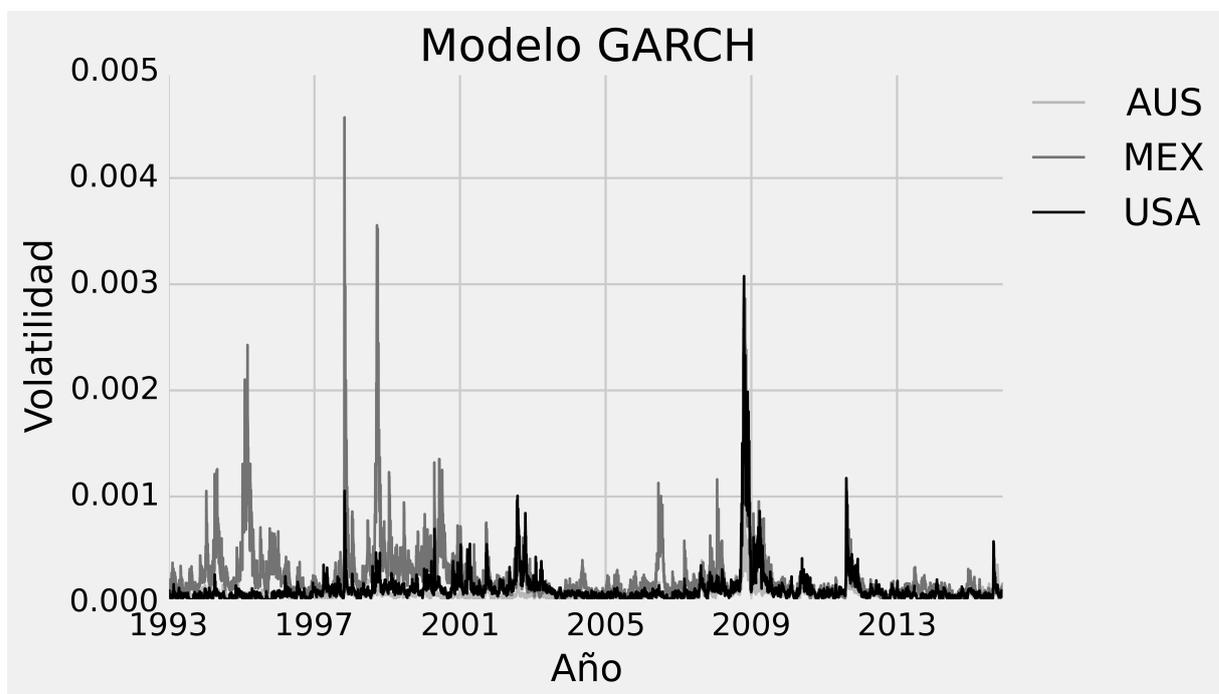
CAPÍTULO 3. MEDICIÓN DE LA VOLATILIDAD

vez σ_t^2 sigue un proceso ARMA(p,q), es decir σ_t^2 sigue el siguiente proceso:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

Permitiendo ahora que la varianza de las perturbaciones σ_t^2 dependa también de los valores rezagados de sí misma. La serie estimada de volatilidad para los tres países bajo este modelo se muestra en la figura 3.5.

Figura 3.6: Volatilidad estimada por modelo GARCH



Elaboración propia con base en datos tomados de finance.yahoo.com.

3.2.3. Modelo EARCH

De manera empírica, y como se muestra en las 5 estimaciones anteriores, la volatilidad de los mercados financieros tiende a ser mucho mayor durante periodos de crisis. Esto debido seguramente a la naturaleza humana que da una mayor importancia a los escenarios negativos que a los positivos, y al entrar en una crisis o recesión la respuesta de los mercados

CAPÍTULO 3. MEDICIÓN DE LA VOLATILIDAD

resulta ser más intensa que ante una alza.

Como se puede observar, ninguno de los modelos anteriores tiene en consideración esta situación, ya que asigna pesos idénticos a caídas y subidas de los rendimientos de manera simétrica al momento de estimar la volatilidad. Por este motivo Nelson (1991) propone el modelo exponencial autorregresivo de heterocedasticidad condicional EARCH, el cual en lugar de considerar un proceso AR sobre σ^2 lo hace sobre su logaritmo. Además, se pondera cada observación con un peso inversamente proporcional a la varianza σ_t es decir, el proceso de σ_t^2 está dado por:

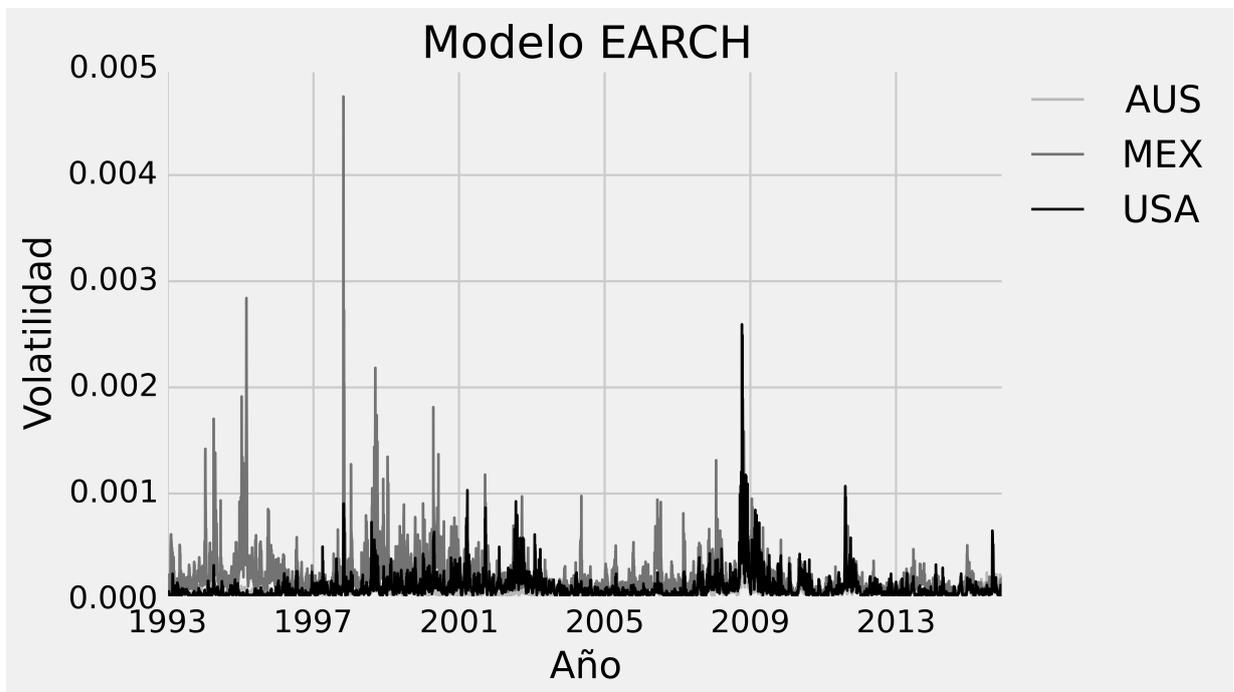
$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \frac{|r_{t-i}|}{\sigma_{t-i}}$$

Esto da lugar a un modelo no lineal en el que por lo tanto el impacto sobre la volatilidad dependerá del valor de los rendimientos, por lo cual si en verdad existe una asimetría este modelo será capaz de capturarla. Evitando así sobre estimaciones de la volatilidad cuando exista una crisis y viceversa cuando la economía se encuentre en un *boom*.

La gráfica de las volatilidades estimadas bajo este modelo se muestran en la figura 3.6.

Como se anticipaba, los coeficientes de este modelo demostraron una clara asimetría en los efectos de los rendimientos sobre la volatilidad, por lo que en cierto sentido podría considerarse el más correcto de los modelos estructurados.

Figura 3.7: Volatilidad estimada por modelo EARCH



Elaboración propia con base en datos tomados de finance.yahoo.com.

Capítulo 4

Pruebas de Causalidad de Granger

Al estudiar la interacción entre variables económicas estamos interesados no simplemente en correlaciones, las cuales pueden darse por muchos motivos. Por ejemplo, que una variable que no es tomada en cuenta explica ambos fenómenos, que ambas variables siguen la misma tendencia o simplemente por casualidad. Estamos más bien interesados en los efectos causales, es decir, que el comportamiento de una variable tenga un efecto sobre la otra.

Según la filosofía, el concepto de causalidad se describe como una relación de causa y efecto en la cual de manera univoca al generarse la causa es imposible que no se genere el efecto. De manera contraria, es necesario que si se observó el efecto se haya producido la causa.

Dentro del ambiente econométrico existe el concepto de causalidad de Granger, el cual fue desarrollado por Clive W. J. Granger en 1969 en su trabajo *Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods*. Es una prueba econométrica, la cual indica si el comportamiento de una variable sirve para predecir realmente el comportamiento

CAPÍTULO 4. PRUEBAS DE CAUSALIDAD DE GRANGER

de otra. Además, se puede saber en qué sentido va el efecto explicativo, ya sea en un solo sentido o de manera bidireccional.

Si ocurre que los datos de una cierta variable A son explicados por los datos de otra cierta variable B entonces B tiene causalidad en el sentido de Granger sobre B de manera unidireccional. Y, si de igual manera los datos de la variable B son explicados por los datos de la variable A, entonces hay un efecto bidireccional.

De manera intuitiva, la causalidad de Granger puede justificarse de la siguiente manera, si una variable contemporánea está correlacionada con otra rezagada en el tiempo, dado que es imposible que el futuro afecte el pasado, entonces la variable rezagada es la que debe tener un efecto sobre la variable contemporánea. Aquí es donde la prueba de causalidad de Granger pierde algo de fuerza, ya que dicha correlación podría ser espuria y no motivada por una real causalidad. Sin embargo, dado que una de las principales motivaciones de estudiar esta causalidad es en términos de predicción, el enfoque sigue siendo válido.

4.1. Prueba de causalidad de Granger en series de tiempo

Para el caso de la prueba de causalidad de Granger Oxley y Greasley (1969) dan dos posibles escenarios en los que la prueba debe realizarse.

a) En el caso de que las series sean estacionarias o cointegradas:

$$x_t = \alpha + \sum_{i=1}^m \beta_i x_{t-i} + \sum_{j=1}^n \gamma_j y_{t-j} + u_t$$

CAPÍTULO 4. PRUEBAS DE CAUSALIDAD DE GRANGER

$$y_t = a + \sum_{i=1}^q b_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^r c_j x_{t-j} + v_t$$

Se realiza prueba de Wald para $\gamma_i = c_j = 0$

De manera alterna usando un modelo restringido:

$$x_t = \alpha + \sum_{i=1}^m \beta_i x_{t-i} + u_t$$

$$y_t = a + \sum_{i=1}^q b_i y_{t-i} + v_t$$

Se crea el estadístico:

$$LR = -2 \ln \frac{L(m_1)}{L(m_2)} \sim X_n^2$$

b) En el caso de que las series no sean estacionarias pero al menos cointegradas:

$$\Delta x_t = \alpha + \sum_{i=1}^m \beta_i \Delta x_{t-i} + \sum_{j=1}^n \gamma_j \Delta y_{t-j} + \delta ECM_{t-1} + u_t$$

$$\Delta y_t = a + \sum_{i=1}^q b_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=1}^r c_j \Delta x_{t-j} + d ECM_{t-1} + v_t$$

Donde Δ representa la primera diferencia de la serie, mientras que ECM son los residuos estimados \hat{u}_t de la ecuación.

$$y_t = a' + b'x_t + u_t$$

Capítulo 5

Resultados

Primeramente, como Oxley y Greasley (1969) lo estipulan, es necesario determinar si las series con las que se está trabajando son estacionarias. Para esto, es necesario aplicar la prueba desarrollado por Dickey y Fuller(1979) para detección de raíces unitarias, la cual tiene como hipótesis nula que el proceso tiene una raíz unitaria y por lo tanto que el proceso es no estacionario.

El test fue aplicado a las 6 medidas de volatilidad de los 3 países y en todos los casos la hipótesis nula se rechazó a un 1 % de significancia. Lo cual indica que estamos en presencia de series estacionarias, y por lo tanto, se debe aplicar la metodología del inciso a de la sección 4.1 para los 6 tipos de series de volatilidad estimadas.

5.1. Causalidad Bajo Mdelo VAR (1) Trivariado

Aunque no es desde el punto econométrico lo más correcto, se comenzara haciendo un primer acercamiento a las pruebas de causalidad con el modelo vectorial autorregresivo de

orden 1 VAR (1). Esto con motivo de dar una idea de lo que se puede esperar en un modelo más general VAR (k) pero con la ventaja de tener una interpretación más sencilla y directa.

5.1.1. Medidas Simples

En esta subsección se muestran los resultados de las pruebas para volatilidad histórica, medida de Fama y suavizado exponencial.

De la tablas del anexo A.1 se pueden observar unos primeros resultados que hay que destacar. Primeramente, prácticamente todos los coeficientes de las regresiones son positivos, esto quiere decir que, en general, un incremento en la volatilidad en una economía dará lugar a un incremento a la volatilidad en los demás países en futuros periodos. Posiblemente esto ocurra no solo con las economías australiana, estadounidense y mexicana, sino con cualesquiera economías a nivel global, esto claro es sólo una hipótesis cuya investigación queda fuera de esta tesina.

Por otra parte, se observa que los coeficientes asociados a la misma variable pero rezagada un periodo tienen coeficientes asociados relativamente altos, con valores que oscilan entre 0.75 y 0.9, esto podría hacer parecer que la persistencia, o más propiamente llamada memoria de la serie, es larga. Sin embargo, esto puede no ser del todo cierto ya que como se mencionó en la sección anterior, estas medidas de volatilidad son por construcción de memoria cada vez más larga conforme se añaden observaciones para la estimación de la serie de volatilidad.

En cuanto a la prueba de causalidad de Granger hay dos cosas a destacar, primeramente las pruebas de causalidad con estas tres primeras estimaciones de volatilidad son altamente consistentes. Es decir, los resultados en los tres casos señalan las mismas relaciones causales,

en resumen estas relaciones causales se muestran en el cuadro 5.1, donde “Sí” aparece sólo si en estas tres primeras series la prueba causal resulto positiva.

De lo anterior, se puede observar el segundo punto a resaltar de las pruebas de causalidad de Granger, mientras que intuitivamente se podría haber esperado efectos causales principalmente entre Estados Unidos y México, ocurre exactamente lo contrario. Como el cuadro 5.1 lo indica, al menos al 10 % de significancia, las pruebas de causalidad arrojan que existen relaciones causales entre Australia y Estados Unidos en ambos sentidos, e incluso y de igual manera entre México y Australia. Sin embargo, no se puede rechazar la hipótesis nula de la no causalidad entre México y Estados Unidos.

Cuadro 5.1: Resumen pruebas de causalidad medidas simples bajo VAR (1)

Elaboración propia.				
Es afectado por		al 10 %	al 5 %	al 1 %
AUS	USA	Sí	Sí	Sí
AUS	MEX	Sí	No	No
USA	AUS	Sí	Sí	Sí
USA	MEX	No	No	No
MEX	AUS	Sí	Sí	Sí
MEX	USA	No	No	No

5.1.2. Medidas Estructuradas

Por parte de las medidas estructuradas se observa nuevamente que los coeficientes de las regresiones son todas positivas, con implicaciones parecidas al caso de las medidas simples de volatilidad. Por lo cual este tipo de medidas parecen indicar también que una alta volatilidad en uno de los países producirá un alto nivel de la misma en posteriores periodos.

Sin embargo en cuanto a las pruebas de causalidad, a diferencia de lo que ocurría en el caso de las medidas simples, los resultados son muy poco consistentes. Por lo que al menos para este primer acercamiento con un modelo VAR(1) trivariado no es posible decir nada con certeza en cuanto los modelos de medidas estructuradas.

Por ahora se limitara a decir que, como se observa en el cuadro 5.2 las únicas relaciones causales de las cuales se tiene evidencia bajo las medidas de tipo estructural son las de Australia y Estados Unidos de manera bilateral. Además, hay evidencia un efecto causal de la volatilidad del mercado financiero australiano sobre el mexicano.

Cuadro 5.2: Resumen pruebas de causalidad medidas estructuradas bajo VAR (1)

Elaboración propia.

		Es afectado por	al 10 %	al 5 %	al 1 %
AUS	USA	Sí	Sí	Sí	
AUS	MEX	No	No	No	
USA	AUS	Sí	Sí	Sí	
USA	MEX	Sí	Sí	No	
MEX	AUS	Sí	Sí	Sí	
MEX	USA	No	No	No	

5.2. Causalidad Bajo Modelo VAR (K) Trivariado

En la anterior sección se hizo una revisión de las pruebas de causalidad bajo el modelo VAR más simple, es decir utilizando solamente el primer rezago de las series estimadas de volatilidad. Sin embargo, esto no es lo más ideal desde el punto de vista econométrico, ya

que es posible que valores aún más rezagados de la serie tengan algo que decir con respecto a los valores contemporáneos de la misma.

Para considerar esta potencial problemática se procedió a estimar modelos VAR(k) para cada una de las series de volatilidad estimada. Donde el orden del modelo k se definió optimizando los criterios de información bayesianos y de Akaike.

5.2.1. Medidas Simples

En el caso de las series estimadas mediante volatilidad histórica, medida de Fama y suavizado exponencial los rezagos óptimos según los criterios de información antes mencionados fueron 26, 26 y 6 respectivamente. En cuanto a los coeficientes del modelo es complicada su interpretación, por lo que no se puede decir con certeza qué efecto tendrá cada una de las volatilidades pasadas en la contemporánea.

En las pruebas de causalidad, como antes, estas tres series estimadas de volatilidad muestran consistencia. Resultando que la única no causalidad que no es posible rechazar hasta un nivel de confianza del 10 % es la de México hacia Estados Unidos, y a un nivel de 5 % la causalidad de México hacia Australia.

Por lo que, al menos respecto a lo que las medidas simples de volatilidad, podemos decir que la volatilidad del mercado financiero mexicano no influye en las volatilidades de los otros dos países. Sin embargo, Australia y Estados Unidos si tienen, estadísticamente hablando, una clara influencia sobre México.

Cuadro 5.3: Resumen pruebas de causalidad medidas simples bajo VAR (K)

Elaboración propia.				
	Es afectado por	al 10 %	al 5 %	al 1 %
AUS	USA	Sí	Sí	Sí
AUS	MEX	No	No	No
USA	AUS	Sí	Sí	Sí
USA	MEX	No	No	No
MEX	AUS	Sí	Sí	Sí
MEX	USA	Sí	Sí	Sí

5.2.2. Medidas estructuradas

De igual manera como se hizo con los modelos de volatilidad simple, para las estimaciones de volatilidad con modelos estructurados se calculó el orden óptimo del VAR(k) y se procedió a hacer las pruebas de causalidad de Granger.

En esta ocasión, a diferencia del modelo simple VAR(1), la prueba arrojó resultados consistentes para las tres series estimadas de volatilidad. Las pruebas indican la existencia de causalidades en todas direcciones y además, hasta con un nivel de significancia del 1 %. Por lo que se tiene evidencia estadística bastante fuerte de que, bajo los modelos de medidas estructuradas, existen relaciones causales en volatilidad entre los tres países.

Cuadro 5.4: Resumen pruebas de causalidad medidas estructuradas bajo VAR (K)

Elaboración propia.

		Es afectado por	al 10 %	al 5 %	al 1 %
AUS	USA	Sí	Sí	Sí	
AUS	MEX	Sí	Sí	Sí	
USA	AUS	Sí	Sí	Sí	
USA	MEX	Sí	Sí	Sí	
MEX	AUS	Sí	Sí	Sí	
MEX	USA	Sí	Sí	Sí	

Capítulo 6

Conclusiones

Las estimaciones de volatilidad en general, a pesar de ser de naturaleza distinta reflejan estructuras similares, en general la volatilidad de las series es estable. Sin embargo, en algunos periodos esta puede dispararse y esto es normalmente durante periodos de crisis por lo que el modelo EARCH resulto ser una buena opción para modelar estas asimetrías sobre la volatilidad.

Mientras pruebas de causalidad utilizando medidas simples arrojan siempre resultados consistentes, esto sólo ocurre para el modelo VAR (k) en el caso de las medidas estructuradas. Por lo que los resultados obtenidos para medidas estructuradas bajo un modelo VAR (1) no pueden tomarse como concluyentes.

Por otra parte, al hacer las pruebas de causalidad bajo un modelo VAR (k) los resultados se vuelven muy consistentes pero solamente dentro de su grupo, es decir todas las estimaciones por medida simple arrojan los mismos efectos causales y de igual manera las medidas estructuradas. Mientras que para las medidas estructuradas existe evidencia de relaciones

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

causales en todas direcciones, al menos entre estos tres países, las medidas simples encuentran que la volatilidad del mercado financiero mexicano no afecta a las otras 2 economías.

Por lo anterior podemos asegurar la existencia de relaciones causales entre las volatilidades de Estados Unidos y Australia. Y, dependiendo de la definición de volatilidad bajo la que se esté trabajando podrían ser en una sola dirección o en ambas los efectos causales del mercado mexicano sobre las otras dos. Lo cual resulto, hasta cierto punto, contra intuitivo a los resultados que se esperaban, demostrando que, a pesar de una relación estrecha en los rendimientos contemporáneos, esto no implica nada en relación a la causalidad en volatilidad. En resumen se puede considerar que la única causalidad que no está demostrada del todo estadísticamente hablando es la de México hacia Estados Unidos.

A pesar de que existen otros métodos para realizar específicamente las pruebas de causalidad en volatilidad como las comentadas en el capítulo 2 u otras más generales como la prueba de Toda y Yamamoto (1995), las series estimadas de volatilidad al resultar estacionarias son perfectamente susceptibles para trabajarse de manera correcta mediante el test de causalidad de Granger descrito por Oxley y Greasley (1969). Además, como se encontró evidencia de causalidad por la prueba de Granger, no es necesario utilizar pruebas más elaboradas en busca de relaciones causales no lineales o indirectas.

Aunque la prueba formal queda fuera del alcance de esta tesina, los resultados encontrados apuntan a una posible relación en la volatilidad entre todos los países, aunque esta pregunta de investigación deberá resolverse en futuros trabajos.

Apéndice A

Tablas

A.1. Medidas simples y VAR (1)

A.1.1. Volatilidad histórica

Cuadro A.1: Prueba de causalidad de Granger. Volatilidad histórica.

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_VH}	σ_{USA_VH}	101.1	1	0.000
σ_{AUS_VH}	σ_{MEX_VH}	2.8106	1	0.094
σ_{AUS_VH}	ALL	127.36	2	0.000
σ_{USA_VH}	σ_{AUS_VH}	23.778	1	0.000
σ_{USA_VH}	σ_{MEX_VH}	.41823	1	0.518
σ_{USA_VH}	ALL	27.238	2	0.000
σ_{MEX_VH}	σ_{AUS_VH}	12.625	1	0.000
σ_{MEX_VH}	σ_{USA_VH}	.69613	1	0.404
σ_{MEX_VH}	ALL	21.698	2	0.000

Cuadro A.2: Modelo VAR (1) trivariado para volatilidad histórica.

Elaboración propia.

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95 % Conf. Interval]	
σ_{AUS_VH}						
σ_{AUS_VH}						
L.	.8660701	.0077228	112.14	0.000	.8509337	.8812065
σ_{USA_VH}						
L.	.055942	.0055635	10.06	0.000	.0450377	.0668464
σ_{MEX_VH}						
L.	.0066052	.0039399	1.68	0.094	-.0011169	.0143272
Cte.	.0004918	.0000661	7.44	0.000	.0003623	.0006213
σ_{USA_VH}						
σ_{AUS_VH}						
L.	.0503516	.0103258	4.88	0.000	.0301134	.0705898
σ_{USA_VH}						
L.	.9105471	.0074388	122.41	0.000	.8959674	.9251268
σ_{MEX_VH}						
L.	.0034068	.0052679	0.65	0.518	-.006918	.0137316
Cte.	.000428	.0000883	4.84	0.000	.0002548	.0006011
σ_{MEX_VH}						
σ_{AUS_VH}						
L.	.0506144	.0142451	3.55	0.000	.0226946	.0785342
σ_{USA_VH}						
L.	.0085622	.0102622	0.83	0.404	-.0115514	.0286758
σ_{MEX_VH}						
L.	.8984445	.0072673	123.63	0.000	.8842008	.9126882
Cte.	.000868	.0001219	7.12	0.000	.0006292	.0011069

A.1.2. Medida de Fama

Cuadro A.3: Prueba de causalidad de Granger. Medida de Fama

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_FA}	σ_{USA_FA}	84.827	1	0.000
σ_{AUS_FA}	σ_{MEX_FA}	3.501	1	0.061
σ_{AUS_FA}	ALL	107.85	2	0.000
σ_{USA_FA}	σ_{AUS_FA}	31.192	1	0.000
σ_{USA_FA}	σ_{MEX_FA}	2.2019	1	0.138
σ_{USA_FA}	ALL	39.88	2	0.000
σ_{MEX_FA}	σ_{AUS_FA}	17.458	1	0.000
σ_{MEX_FA}	σ_{USA_FA}	.14763	1	0.701
σ_{MEX_FA}	ALL	21.056	2	0.000

Cuadro A.4: Modelo VAR (1) trivariado para medida de Fama.

Elaboración propia.

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95 % Conf.	Interval]
σ_{AUS_FA}						
σ_{AUS_FA}						
L.	.8712996	.0076997	113.16	0.000	.8562085	.8863908
σ_{USA_FA}						
L.	.0521932	.0056669	9.21	0.000	.0410862	.0633002
σ_{MEX_FA}						
L.	.0077156	.0041236	1.87	0.061	-.0003665	.0157977
Cte.	.0017859	.000256	6.98	0.000	.0012843	.0022876
σ_{USA_FA}						
σ_{AUS_FA}						
L.	.0553726	.0099145	5.59	0.000	.0359405	.0748046
σ_{USA_FA}						
L.	.9064363	.007297	124.22	0.000	.8921345	.9207381
σ_{MEX_FA}						
L.	.0078789	.0053097	1.48	0.138	-.002528	.0182857
Cte.	.001364	.0003296	4.14	0.000	.0007181	.00201
σ_{MEX_FA}						
σ_{AUS_FA}						
L.	.0556526	.0133195	4.18	0.000	.0295468	.0817584
σ_{USA_FA}						
L.	-.0037666	.0098031	-0.38	0.701	-.0229802	.0154471
σ_{MEX_FA}						
L.	.9057543	.0071333	126.98	0.000	.8917734	.9197353
Cte.	.0032132	.0004428	7.26	0.000	.0023453	.004081

A.1.3. Suavizado exponencial

Cuadro A.5: Prueba de causalidad de Granger. Suavizado Exponencial.

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_EX}	σ_{USA_EX}	175.43	1	0.000
σ_{AUS_EX}	σ_{MEX_EX}	7.7481	1	0.005
σ_{AUS_EX}	ALL	236.99	2	0.000
σ_{USA_EX}	σ_{AUS_EX}	88.512	1	0.000
σ_{USA_EX}	σ_{MEX_EX}	.00027	1	0.987
σ_{USA_EX}	ALL	93.14	2	0.000
σ_{MEX_EX}	σ_{AUS_EX}	41.012	1	0.000
σ_{MEX_EX}	σ_{USA_EX}	1.331	1	0.249
σ_{MEX_EX}	ALL	60.255	2	0.000

Cuadro A.6: Modelo VAR (1) trivariado para suavizado exponencial

Elaboración propia.

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95 % Conf.	Interval]
σ_{AUS_EX}						
σ_{AUS_EX}						
L.	.6867631	.0107362	63.97	0.000	.6657206	.7078057
σ_{USA_EX}						
L.	.1075199	.0081179	13.24	0.000	.0916092	.1234306
σ_{MEX_EX}						
L.	.0164439	.0059075	2.78	0.005	.0048653	.0280224
Cte.	.0012123	.0000898	13.50	0.000	.0010363	.0013883
σ_{USA_EX}						
σ_{AUS_EX}						
L.	.1413604	.0150254	9.41	0.000	.1119111	.1708096
σ_{USA_EX}						
L.	.7745712	.011361	68.18	0.000	.7523041	.7968384
σ_{MEX_EX}						
L.	.0001347	.0082676	0.02	0.987	-.0160696	.016339
Cte.	.0009637	.0001257	7.67	0.000	.0007174	.00121
σ_{MEX_EX}						
σ_{AUS_EX}						
L.	.1272989	.0198778	6.40	0.000	.0883391	.1662587
σ_{USA_EX}						
L.	.0173398	.01503	1.15	0.249	-.0121185	.0467981
σ_{MEX_EX}						
L.	.755256	.0109376	69.05	0.000	.7338186	.7766934
Cte.	.0019624	.0001662	11.80	0.000	.0016366	.0022882

A.2. Medidas estructuradas y VAR (1)

A.2.1. ARCH

Cuadro A.7: Prueba de causalidad de Granger. Modelo ARCH

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_ARCH}	σ_{USA_ARCH}	213.44	1	0.000
σ_{AUS_ARCH}	σ_{MEX_ARCH}	4.22	1	0.040
σ_{AUS_ARCH}	ALL	233.94	2	0.000
σ_{USA_ARCH}	σ_{AUS_ARCH}	101.98	1	0.000
σ_{USA_ARCH}	σ_{MEX_ARCH}	8.8146	1	0.003
σ_{USA_ARCH}	ALL	138.99	2	0.000
σ_{MEX_ARCH}	σ_{AUS_ARCH}	32.406	1	0.000
σ_{MEX_ARCH}	σ_{USA_ARCH}	.26983	1	0.603
σ_{MEX_ARCH}	ALL	71.655	2	0.000

Cuadro A.8: Modelo VAR (1) trivariado para ARCH

Elaboración propia.

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95 % Conf.	Interval]
<i>σ_{AUS_ARCH}</i>						
<i>σ_{AUS_ARCH}</i>						
L.	.8302949	.0088395	93.93	0.000	.8129697	.8476201
<i>σ_{USA_ARCH}</i>						
L.	.054393	.0037231	14.61	0.000	.0470958	.0616902
<i>σ_{MEX_ARCH}</i>						
L.	.0043551	.00212	2.05	0.040	.0001999	.0085103
Cte.	6.53e-06	7.17e-07	9.11	0.000	5.12e-06	7.93e-06
<i>σ_{USA_ARCH}</i>						
<i>σ_{AUS_ARCH}</i>						
L.	.1470029	.0145567	10.10	0.000	.1184724	.1755335
<i>σ_{USA_ARCH}</i>						
L.	.8913243	.0061311	145.38	0.000	.8793076	.9033411
<i>σ_{MEX_ARCH}</i>						
L.	.0103652	.0034912	2.97	0.003	.0035225	.0172078
Cte.	-1.46e-06	1.18e-06	-1.24	0.215	-3.78e-06	8.50e-07
<i>σ_{MEX_ARCH}</i>						
<i>σ_{AUS_ARCH}</i>						
L.	.1703129	.0299184	5.69	0.000	.111674	.2289519
<i>σ_{USA_ARCH}</i>						
L.	.0065458	.0126013	0.52	0.603	-.0181523	.0312439
<i>σ_{MEX_ARCH}</i>						
L.	.907518	.0071755	126.47	0.000	.8934543	.9215817
Cte.	6.37e-06	2.43e-06	2.63	0.009	1.62e-06	.0000111

A.2.2. GARCH

Cuadro A.9: Prueba de causalidad de Granger. Modelo GARCH

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_GARCH}	σ_{USA_GARCH}	220.34	1	0.000
σ_{AUS_GARCH}	σ_{MEX_GARCH}	2.2941	1	0.130
σ_{AUS_GARCH}	ALL	298.31	2	0.000
σ_{USA_GARCH}	σ_{AUS_GARCH}	84.584	1	0.000
σ_{USA_GARCH}	σ_{MEX_GARCH}	26.576	1	0.000
σ_{USA_GARCH}	ALL	134.18	2	0.000
σ_{MEX_GARCH}	σ_{AUS_GARCH}	42.378	1	0.000
σ_{MEX_GARCH}	σ_{USA_GARCH}	49.866	1	0.000
σ_{MEX_GARCH}	ALL	136.94	2	0.000

Cuadro A.10: Modelo VAR (1) trivariado para GARCH

Elaboración propia.

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95 % Conf.	Interval]
σ_{AUS_GARCH}						
σ_{AUS_GARCH}						
L.	.76864	.01322	58.14	0.000	.7427293	.7945506
σ_{USA_GARCH}						
L.	.0795472	.005359	14.84	0.000	.0690438	.0900506
σ_{MEX_GARCH}						
L.	.0049832	.00329	1.51	0.130	-.0014651	.0114314
Cte.	8.12e-06	1.29e-06	6.27	0.000	5.58e-06	.0000107
σ_{USA_GARCH}						
σ_{AUS_GARCH}						
L.	.1252741	.0136213	9.20	0.000	.098577	.1519713
σ_{USA_GARCH}						
L.	.9378037	.0055216	169.84	0.000	.9269815	.9486259
σ_{MEX_GARCH}						
L.	.0174753	.0033899	5.16	0.000	.0108313	.0241193
Cte.	-6.86e-06	1.33e-06	-5.14	0.000	-9.48e-06	-4.25e-06
σ_{MEX_GARCH}						
σ_{AUS_GARCH}						
L.	.211839	.0325415	6.51	0.000	.1480588	.2756192
σ_{USA_GARCH}						
L.	.0931511	.0131913	7.06	0.000	.0672966	.1190055
σ_{MEX_GARCH}						
L.	.8320129	.0080985	102.74	0.000	.8161402	.8478856
Cte.	.0000103	3.19e-06	3.23	0.001	4.04e-06	.0000165

A.2.3. EARCH

Cuadro A.11: Prueba de causalidad de Granger. Modelo EARCH

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_EARCH}	σ_{USA_EARCH}	177.92	1	0.000
σ_{AUS_EARCH}	σ_{MEX_EARCH}	18.129	1	0.000
σ_{AUS_EARCH}	ALL	235.68	2	0.000
σ_{USA_EARCH}	σ_{AUS_EARCH}	154.07	1	0.000
σ_{USA_EARCH}	σ_{MEX_EARCH}	5.7545	1	0.016
σ_{USA_EARCH}	ALL	189.47	2	0.000
σ_{MEX_EARCH}	σ_{AUS_EARCH}	46.158	1	0.000
σ_{MEX_EARCH}	σ_{USA_EARCH}	.01173	1	0.914
σ_{MEX_EARCH}	ALL	63.797	2	0.000

Cuadro A.12: Modelo VAR (1) trivariado para EARCH

Elaboración propia.

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95 % Conf.	Interval]
<i>σ_{AUS_EARCH}</i>						
<i>σ_{AUS_EARCH}</i>						
L.	.735255	.0116488	63.12	0.000	.7124238	.7580862
<i>σ_{USA_EARCH}</i>						
L.	.0793014	.0059452	13.34	0.000	.067649	.0909538
<i>σ_{MEX_EARCH}</i>						
L.	.0126239	.0029648	4.26	0.000	.0068129	.0184348
Cte.	9.48e-06	9.38e-07	10.11	0.000	7.64e-06	.0000113
<i>σ_{USA_EARCH}</i>						
<i>σ_{AUS_EARCH}</i>						
L.	.3096797	.0249494	12.41	0.000	.2607798	.3585796
<i>σ_{USA_EARCH}</i>						
L.	.7312453	.0127335	57.43	0.000	.7062881	.7562024
<i>σ_{MEX_EARCH}</i>						
L.	.015233	.0063501	2.40	0.016	.002787	.0276789
Cte.	5.11e-06	2.01e-06	2.55	0.011	1.18e-06	9.05e-06
<i>σ_{MEX_EARCH}</i>						
<i>σ_{AUS_EARCH}</i>						
L.	.2769465	.0407637	6.79	0.000	.1970512	.3568419
<i>σ_{USA_EARCH}</i>						
L.	-.002253	.0208046	-0.11	0.914	-.0430293	.0385233
<i>σ_{MEX_EARCH}</i>						
L.	.8015406	.0103751	77.26	0.000	.7812058	.8218755
Cte.	.0000253	3.28e-06	7.72	0.000	.0000189	.0000317

A.3. Medidas simples y VAR (k)

A.3.1. Volatilidad histórica

Cuadro A.13: Prueba de causalidad de Granger. Volatilidad histórica.

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_VH}	σ_{USA_VH}	225.37	26	0.000
σ_{AUS_VH}	σ_{MEX_VH}	35.516	26	0.101
σ_{AUS_VH}	ALL	331.32	52	0.000
σ_{USA_VH}	σ_{AUS_VH}	74.803	26	0.000
σ_{USA_VH}	σ_{MEX_VH}	29.504	26	0.289
σ_{USA_VH}	ALL	111.15	52	0.000
σ_{MEX_VH}	σ_{AUS_VH}	63.686	26	0.000
σ_{MEX_VH}	σ_{USA_VH}	48.84	26	0.004
σ_{MEX_VH}	ALL	125.84	52	0.000

A.3.2. Medida de Fama

Cuadro A.14: Prueba de causalidad de Granger. Medida de Fama .

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_FA}	σ_{USA_FA}	194.77	26	0.000
σ_{AUS_FA}	σ_{MEX_FA}	35.797	26	0.095
σ_{AUS_FA}	ALL	297.66	52	0.000
σ_{USA_FA}	σ_{AUS_FA}	96.054	26	0.000
σ_{USA_FA}	σ_{MEX_FA}	31.886	26	0.197
σ_{USA_FA}	ALL	135.1	52	0.000
σ_{MEX_FA}	σ_{AUS_FA}	85.84	26	0.000
σ_{MEX_FA}	σ_{USA_FA}	59.289	26	0.000
σ_{MEX_FA}	ALL	147.42	52	0.000

A.3.3. Suavizado exponencial

Cuadro A.15: Prueba de causalidad de Granger. Suavizado exponencial.

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_EX}	σ_{USA_EX}	201.72	6	0.000
σ_{AUS_EX}	σ_{MEX_EX}	10.902	6	0.091
σ_{AUS_EX}	ALL	278.71	12	0.000
σ_{USA_EX}	σ_{AUS_EX}	43.999	6	0.000
σ_{USA_EX}	σ_{MEX_EX}	1.1722	6	0.978
σ_{USA_EX}	ALL	46.695	12	0.000
σ_{MEX_EX}	σ_{AUS_EX}	31.08	6	0.000
σ_{MEX_EX}	σ_{USA_EX}	17.445	6	0.008
σ_{MEX_EX}	ALL	56.549	12	0.000

A.4. Medidas estructurada y VAR (k)

A.4.1. ARCH

Cuadro A.16: Prueba de causalidad de Granger. Modelo ARCH

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	P	Prob >chi2
σ_{AUS_ARCH}	σ_{USA_ARCH}	365.71	8		0.000
σ_{AUS_ARCH}	σ_{MEX_ARCH}	71.373	8		0.000
σ_{AUS_ARCH}	ALL	451.72	16		0.000
σ_{USA_ARCH}	σ_{AUS_ARCH}	173	8		0.000
σ_{USA_ARCH}	σ_{MEX_ARCH}	192.5	8		0.000
σ_{USA_ARCH}	ALL	402.29	16		0.000
σ_{MEX_ARCH}	σ_{AUS_ARCH}	238.69	8		0.000
σ_{MEX_ARCH}	σ_{USA_ARCH}	72.222	8		0.000
σ_{MEX_ARCH}	ALL	344.98	16		0.000

A.4.2. GARCH

Cuadro A.17: Prueba de causalidad de Granger. Modelo GARCH

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_GARCH}	σ_{USA_GARCH}	166.13	8	0.000
σ_{AUS_GARCH}	σ_{MEX_GARCH}	144.22	8	0.000
σ_{AUS_GARCH}	ALL	334.55	16	0.000
σ_{USA_GARCH}	σ_{AUS_GARCH}	221.55	8	0.000
σ_{USA_GARCH}	σ_{MEX_GARCH}	196.35	8	0.000
σ_{USA_GARCH}	ALL	463.56	16	0.000
σ_{MEX_GARCH}	σ_{AUS_GARCH}	194.7	8	0.000
σ_{MEX_GARCH}	σ_{USA_GARCH}	83.659	8	0.000
σ_{MEX_GARCH}	ALL	309.74	16	0.000

A.4.3. EARCH

Cuadro A.18: Prueba de causalidad de Granger. Modelo EARCH

Elaboración propia.

Ecuación	Excluida	chi2	df	Prob >chi2
σ_{AUS_EARCH}	σ_{USA_EARCH}	445.73	7	0.000
σ_{AUS_EARCH}	σ_{MEX_EARCH}	82.571	7	0.000
σ_{AUS_EARCH}	ALL	545.61	14	0.000
σ_{USA_EARCH}	σ_{AUS_EARCH}	232.81	7	0.000
σ_{USA_EARCH}	σ_{MEX_EARCH}	70.063	7	0.000
σ_{USA_EARCH}	ALL	336.17	14	0.000
σ_{MEX_EARCH}	σ_{AUS_EARCH}	101.86	7	0.000
σ_{MEX_EARCH}	σ_{USA_EARCH}	35.071	7	0.000
σ_{MEX_EARCH}	ALL	150.14	14	0.000

Referencias

- Bollerslev, T. (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity." *Journal of Econometrics*.
- Caracena, J. (2002). *Un procedimiento para la detección de estacionalidad en series económicas* (Tesis de Master no publicada). CEFMI.
- Comte, F., y Liberman, O. (2000). "Second-order noncausality in multivariate garch processes." *Journal of Time Series Analysis*, 21(5), 535-553.
- Dufour, J., y Renault, E. (1998). "Short-run and long-run causality in time series: Theory." *Econometrica*, 66(5), 1099-1125.
- Dufour, J.-M., y Zhang, H. J. (2015). "Short and long run second-order causality: theory, measures and inference."
- Engle, R. F. (1982). "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of united kingdom inflation." *Econometrica*, 50(4), 987-1008.
- Gouriéroux, C., y Jasiak, J. (2007). "Nonlinear causality, with applications to liquidity and stochastic volatility." *University of Toronto, CREST, CREF and CEPREMAP*.
- Granger. (1969, Agosto). "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods." *Econometrica*, 37(3), 424-438.

REFERENCIAS

- Granger, C., Robins, R., y Eagle, R. (1986). "Wholesale and retail prices: Bivariate time series modeling with forecastable error variances." *MIT Press, Boston, MA*.
- Hafner, C. (2009). "Causality and forecasting in temporally aggregated multivariate garch processes." *Econometrics Journal*, 12.
- Hull, J. C. (1997). *Options, futures, and other derivatives* (J. L. R. S. of Management University of Toronto, Ed.). Pearson Education International.
- Álvaro Solera Ramírez. (2000). "Criterios para la selección de modelos estadísticos." *Banco Central De Costa Rica. División Económica. Departamento De Investigaciones Económicas*.
- Mahía, R. (1999, Febrero). "Revisión de los procedimientos de análisis de la estacionariedad de las series temporales." , 19-24.
- Monsegny, M. C., y Cuervo, E. C. (2008, Junio). "Modelos arch, garch y egarch: Aplicaciones a series financieras." *Cuad. Econ.*, 27(48).
- Montero, R. (2013, Marzo). "Test de causalidad." *Documentos de Trabajo en Economía Aplicada*.
- Nelson, D. B. (1991). "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach." *Econometrica*, 59(2), 347-70.
- Oxley, L., y Greasley, D. (1969). "Vector autoregression, cointegration and causality: testing for causes of the british industrial revolution." *Applied Economics*, 30, 1387- 1397.
- Robles, D. (1999). "Medidas de volatilidad." *Departamento de Publicaciones e Intercambio Científico de la UEM-CEES*.