

NÚMERO 469

DANIEL ÁNGELES GALVÁN Y RODOLFO CERMEÑO

Desempeño de estimadores alternativos en
modelos GARCH bivariados con muestras finitas

NOVIEMBRE 2009



www.cide.edu

• Las colecciones de **Documentos de Trabajo** del CIDE representan un medio para difundir los avances de la labor de investigación, y para permitir que los autores reciban comentarios antes de su publicación definitiva. Se agradecerá que los comentarios se hagan llegar directamente al (los) autor(es).

• D.R. © 2009. Centro de Investigación y Docencia Económicas, carretera México-Toluca 3655 (km. 16.5), Lomas de Santa Fe, 01210, México, D.F.
Fax: 5727•9800 ext. 6314
Correo electrónico: publicaciones@cide.edu
www.cide.edu

• Producción a cargo del (los) autor(es), por lo que tanto el contenido así como el estilo y la redacción son su responsabilidad.

Resumen

En este trabajo se investiga por simulaciones de Monte Carlo las propiedades de sesgo, error cuadrático medio, varianza y distribución de estimadores de modelos GARCH bivariados en muestras finitas. Los datos son generados con un VAR (2) para la media condicional y un proceso diagonal VEC para la varianza condicional. Se evalúa el estimador de máxima verosimilitud bajo especificaciones alternativas para los procesos de varianza condicional. Por comparación el estimador OLS para la media condicional es también evaluado. Se consideran muestras de 25, 50, 100 y 200 observaciones, las cuales son usuales en aplicaciones económicas. Los resultados de las simulaciones indican que el sesgo y la varianza de todos los estimadores disminuyen de forma inversamente proporcional al tamaño de la muestra. Mientras más alta sea la persistencia en el proceso de la media (varianza), los estimadores de la media (varianza) son más sesgados, muestran una desviación estándar más alta y un error cuadrático más alto. Para procesos con alta persistencia en la varianza, los estimadores de la media son sesgados. Los estimadores de la varianza no siguen distribuciones estándar conocidas y en el caso de alta persistencia en la varianza, es muy probable que se estimen parámetros mayores a uno. Se concluye con una aplicación práctica sobre la relación inflación, crecimiento del producto e incertidumbre para el caso de México.

Palabras clave: modelos GARCH multivariados, simulaciones de Monte Carlo, desempeño de estimadores en muestras finitas, inflación, crecimiento del producto, incertidumbre.

Clasificación JEL: C15, C32, E00.

Abstract

In this paper we investigate by Monte Carlo simulations the bias, mean square error, variance and distribution of estimators for bivariate GARCH models in small samples. The data generating process is a VAR (2) for the conditional mean together with a diagonal VEC model for the conditional variance. We evaluate the maximum likelihood estimator under alternative specifications for the conditional mean process. For comparison the OLS estimator (for the conditional mean) is also evaluated. We consider samples of 25, 50, 100 y 200 observations which are usual in economic applications. We find that the bias and variance of all estimators diminish as the sample size increases. Also, as the persistence in the mean (variance) is increased

the estimators of the mean (variance) become more biased, more disperse and, hence, their mean square errors increase. For processes with high persistence in the variance the estimators of the conditional mean parameters are biased. The estimators of the variance do not follow standard known distributions and in the case of high persistence in the variance it is highly likely to obtain GARCH parameters greater than one. We finally present the results of an econometric exercise on the relationship among inflation, output growth and uncertainty for the case of Mexico.

Keywords: multivariate GARCH models, Monte Carlo simulations, performance of alternative GARCH estimators in small samples, inflation, output growth and uncertainty.

JEL classification: C15, C32, E00.

Introducción

Una labor diaria en economía es la caracterización de los segundos momentos de las variables macroeconómicas o financieras, generalmente modelados como procesos estocásticos con datos de relativamente alta frecuencia. Esta labor se está haciendo rutinaria no sólo porque permite describir el grado de incertidumbre o volatilidad asociada a los procesos mismos, sino también hacer mejores predicciones a corto plazo.¹

En particular, se ha observado en este tipo de variables que los errores de pronóstico muestran un patrón a través del tiempo, es decir, los errores están autocorrelacionados, violando uno de los supuestos de la econometría clásica: homoscedasticidad. Específicamente, errores grandes y pequeños tienden a presentarse en grupos; esto es, errores de pronóstico grandes (pequeños) parecen ser seguidos por errores de pronóstico grandes (pequeños), lo que indica la presencia de heteroscedasticidad a través del tiempo.

Los modelos ARCH y GARCH multivariados han sido objeto de relativamente pocos estudios debido a las dificultades de aplicarlos. Una de esas dificultades es la gran cantidad de parámetros a estimar cuando se habla de modelos que utilizan más de 3 variables. Otra dificultad se presenta cuando se define el modelo a utilizar y asegurar que el método de estimación otorgue estimadores insesgados y consistentes. Una última dificultad de estos modelos son las restricciones que se deben imponer en la estimación de parámetros para que se obtenga una matriz de varianza-covarianza definida positiva.

Uno de los aspectos más importantes de estos modelos es que proveen un marco para investigar la volatilidad (momentos de segundo orden) asociado a los procesos económicos y financieros. Además, permiten determinar si la volatilidad varía en el tiempo (es decir, si existen efectos ARCH/GARCH), identificar sus posibles determinantes como también sus efectos sobre los mismos procesos y los efectos de interacción entre varios procesos (en el caso multivariado).

En estos últimos años, los modelos multivariados están empezando a ser considerados con más insistencia debido a que, con el fenómeno de la globalización, muchos mercados (y con ellos la inflación) se mueven conjuntamente (aunque tal vez no en el mismo sentido), provocando que prácticamente cualquier movimiento de un mercado tenga repercusiones en los demás mercados del mundo. Por ello se hace necesaria la implementación de modelos multivariados para tomar en cuenta estos movimientos y poder describir y predecir los siguientes movimientos de las variables económicas.

¹ Los datos u observaciones deben ser lo más frecuentes posible, porque los efectos en los momentos que se analizarán en este trabajo son observables a corto plazo. Los datos pueden ser semanales, mensuales o hasta trimestrales.

Los modelos GARCH han sido principalmente aplicados a describir las series de tiempo financieras exitosamente porque existe una gran cantidad de datos y se puede suponer que las propiedades asintóticas del estimador de máxima verosimilitud se cumple, sin embargo los efectos ARCH también existen en series económicas, como lo demostró Engle (1982) con la inflación en el Reino Unido, pero una gran dificultad en economía es que los datos no son tan amplios como los financieros y por ello no se puede suponer tan fácilmente que se cumplen las propiedades asintóticas del estimador ML, por ello es necesario tener una idea del comportamiento de los estimadores en muestras finitas.

En este trabajo se investigan las propiedades de sesgo, error cuadrático medio, varianza y distribución de estimadores de modelos GARCH en muestras finitas. Los datos son generados siguiendo un modelo VAR (2) en donde la varianza sigue un proceso diagonal-VECH. Se consideran muestras de 25, 50, 100 y 200 observaciones, las cuales son comúnmente utilizadas en aplicaciones económicas. Las simulaciones consideran tres especificaciones distintas. La primera no considera heteroscedasticidad y por consiguiente está mal especificada, en este caso se utiliza el estimador OLS. La segunda especificación sí toma en cuenta la heteroscedasticidad; sin embargo, no se especifica de forma correcta el proceso de la varianza, en este caso se utiliza el estimador de máxima verosimilitud de un modelo CCC. La tercera especificación considera heteroscedasticidad de acuerdo con el modelo correctamente especificado; es decir, se utiliza el estimador de máxima verosimilitud de un modelo diagonal-VECH. Se han escogido estos modelos porque son los más aplicados y son suficientemente parsimoniosos.

Los resultados de las simulaciones indican que el sesgo y la varianza de todos los estimadores disminuyen de forma inversamente proporcional al tamaño de la muestra. Mientras más alta sea la persistencia en el proceso de la media (varianza), los estimadores de la media (varianza) son más sesgados, muestran una desviación estándar más alta y un error cuadrático más alto. Para procesos con alta persistencia en la varianza, los estimadores de la media son sesgados. Los estimadores de la varianza no siguen distribuciones estándar conocidas, y en el caso de alta persistencia en la varianza es muy probable que se estimen parámetros mayores a uno.

El resto del trabajo se estructura como sigue. En la siguiente sección se describen algunos antecedentes conceptuales sobre los modelos GARCH univariados y multivariados. En la sección 2 se presentan los modelos y estimadores que se utilizarán en las simulaciones, así como el proceso de generación de datos y las diferentes configuraciones de parámetros a utilizar. En la sección 3 se presentan los resultados de simulación. En la sección 4 se incluye un ejemplo de aplicación práctica, donde se estima la relación entre inflación y crecimiento, y la incertidumbre asociada a estos procesos para el

caso de México. Finalmente se presentan las conclusiones del estudio y en el apéndice se presentan los resultados de las simulaciones en forma detallada.

1. Marco teórico

Bollerslev *et al.* (1992) indica que la correlación serial de los segundos momentos condicionales se debe a varias causas. Una de ellas es la existencia de precios especulativos. Otra de ellas es la noción de deformación del tiempo, que indica que los tiempos del calendario y los económicos se mueven a diferentes velocidades.

La heteroscedasticidad a través del tiempo es un fenómeno que fue estudiado por primera vez por Robert Engle (1982), quien formuló un modelo para tratar el problema de heteroscedasticidad de los residuos, y lo aplicó para estimar la varianza de la inflación en el Reino Unido. El modelo mencionado recibe el nombre de ARCH (heteroscedasticidad condicional auto-regresiva, por sus siglas en inglés).

1.1. Modelos univariados

La idea básica en la que se basa el modelo es que la varianza condicional de un proceso estocástico de series de tiempo (por ejemplo, inflación, crecimiento o rendimientos de activos financieros) se desarrolla dinámicamente y depende de los choques sobre el proceso en los períodos anteriores.² El modelo **ARCH(q)** univariado explícito es:

$$Y_t = \beta X_t + u_t$$

donde $u_t = \varepsilon_t \sigma_t$, y cada $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ se distribuye independiente e idénticamente, entonces $u_t \sim N(0, \sigma_t^2)$ y la innovación del modelo es la forma de modelar la varianza dinámica como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2$$

donde $\alpha_0 > 0$ y $\alpha_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, q$

Comúnmente, los parámetros del modelo anterior son estimados utilizando el método de máxima verosimilitud. Engle (1982) discute las propiedades asintóticas del estimador de máxima verosimilitud de este modelo. Sin embargo, no siempre se tienen suficientes observaciones para asumir que los

² Se hace énfasis en que se trata de estimar la varianza condicional (momento de segundo orden) porque se trata de hacer estudios a corto plazo. Se tomaría en cuenta la varianza incondicional si se tratara de hacer un estudio a largo plazo.

estimadores se comportan como lo indica la teoría asintótica. Engle *et al.* (1985) discuten las propiedades del estimador de máxima verosimilitud del modelo ARCH en muestras finitas. Uno de sus resultados indica que, en muestras finitas, el sesgo hacia arriba de los parámetros de la media condicional en los modelos autorregresivos se hereda a los parámetros de la varianza condicional.

Posteriormente, este modelo fue generalizado por Bollerslev (1986), quien propone los modelos GARCH (Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada, por sus siglas en inglés). En dicho artículo se propone una forma efectiva de capturar la persistencia del proceso de la varianza. Esto es, después de recibir un choque, la varianza tarda en regresar a su nivel anterior. Para lograr este efecto, Bollerslev (1986) modela la varianza dinámica como un $GARCH(q, p)$:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2$$

Que se puede escribir también como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)\sigma_t^2$$

donde $\alpha(L)$ es un polinomio de orden q sobre el operador de rezago L , $\beta(L)$ es un polinomio de orden p sobre el operador de rezago L . Como σ_t^2 no debe ser negativa, hay que poner restricciones sobre los parámetros. Esto se logra si restringimos la estimación de todos los α y β a valores no negativos. Como también se busca que el proceso que describe la varianza sea estacionario, se debe restringir la estimación aún más, haciendo que la suma de todos los α y β sea menor a 1.

En cierto sentido, la generalización de Bollerslev (1986) de los modelos ARCH a GARCH es similar a la extensión de las series de tiempo AR (autorregresivos) estándar a procesos más generales ARMA (autorregresivos de promedio móvil).

Nelson (1990) introduce un modelo no lineal llamado $EGARCH(q, p)$ (GARCH exponencial), el cual es una función asimétrica de los errores pasados, es decir:

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i (\rho z_{t-i} + \gamma [|z_{t-i}| - E|z_{t-i}|]) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln(\sigma_{t-i}^2)$$

Una ventaja de este modelo es que no hace falta poner restricciones en la estimación de los parámetros, porque la varianza es positiva debido a la especificación anterior. Este modelo es muy utilizado en series de tiempo financieras debido a que replica ciertas características de las series.

Engle *et al.* (1987) introducen los modelos ARCH sobre la media (ARCH-M), en los cuales la media condicional es una función explícita de la varianza condicional del proceso. En estos modelos, un incremento de la varianza condicional está asociado con un incremento o disminución de la media condicional. Estos modelos son muy utilizados en finanzas para modelar explícitamente el intercambio entre riesgo y rendimiento esperado. En economía se utilizan para relacionar variables macroeconómicas y el efecto de la incertidumbre sobre ellas. Un modelo más que vale la pena resaltar es el IGARCH (GARCH Integrado) propuesto por Engle y Bollerslev (1986), el cual es un modelo GARCH como el propuesto por Bollerslev (1986) pero adaptado para tratar el caso en el que la varianza condicional es un proceso no estacionario. Específicamente, el intercepto es igual a cero y la suma de todos los parámetros alfa y beta es igual a uno.

Lee y Hansen (1994) discuten las propiedades asintóticas del modelo GARCH(1,1) con rigor matemático. Lumsdaine (1995) describe las propiedades en muestras finitas del estimador de máxima verosimilitud de los modelos GARCH(1,1) e IGARCH(1,1) y además hace una comparación de ambos modelos.

La clase de modelos GARCH se ha ampliado en varias direcciones, incluyendo diferentes especificaciones de la varianza condicional, diferentes distribuciones de los procesos de error, asimetrías y su generalización al caso multivariado.

1.2. Modelos multivariados

De acuerdo con Engle (2002b), un área de investigación relativamente nueva y prometedora es el área de modelos GARCH multivariados porque, aunque existe una gran variedad de modelos y especificaciones, estos no han sido exitosamente aplicados, ni siquiera en series de tiempo financieras debido a su costo computacional. Sólo muy pocos modelos y especificaciones GARCH multivariados han sido utilizados debido a que son modelos suficientemente parsimoniosos. Entre ellos están el modelo VECH y el modelo CCC (correlación condicional constante), los cuales se explicarán más adelante.

Para dar una descripción de los modelos GARCH multivariados, se necesita un poco de notación:

Sea $\{y_t\}$ un vector de dimensión $N \times 1$, donde cada elemento del vector es un proceso estocástico. La información conocida en $t-1$ generada por información pasada (en este caso y_t hasta $t-1$) se denota a Ω_{t-1} .

Sea θ es un vector finito de parámetros, se escribe:

$$y_t = \mu_t(\theta) + \epsilon_t$$

donde $\mu_t(\theta)$ es la media condicional en Ω_{t-1} del vector y_t y,

$$\varepsilon_t = H_t^{\frac{1}{2}}(\theta)z_t$$

donde $H_t^{\frac{1}{2}}(\theta)$ es una matriz definida positiva de dimensión $N \times N$. Se supone que el vector z_t de dimensión $N \times 1$ es un vector aleatorio que cumple con:

$$E(z_t) = 0$$

$$\text{Var}(z_t) = I_N$$

donde I_N es la matriz identidad de orden N .

Hay que notar que:

$$\begin{aligned} \text{Var}(y_t | \Omega_{t-1}) &= \text{Var}_{t-1}(y_t) = \text{Var}_{t-1}(\varepsilon_t) \\ &= H_t^{\frac{1}{2}}(\theta) \text{Var}_{t-1}(z_t) \left[H_t^{\frac{1}{2}}(\theta) \right]' \\ &= H_t \end{aligned}$$

Por lo tanto $H_t^{\frac{1}{2}}(\theta)$ es una matriz definida positiva de dimensión $N \times N$ tal que H_t es la matriz de varianza condicional de y_t . Y la matriz $H_t^{\frac{1}{2}}(\theta)$ puede ser obtenida mediante la factorización de Cholesky de $H_t(\theta)$. De aquí en adelante, sólo se denotará a $H_t(\theta)$ como H_t . En las siguientes descripciones, se supondrá algún modelo para la media condicional y sólo se describirá el proceso que sigue la varianza condicional.

Un modelo GARCH multivariado, propuesto por Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988) es el VECH:

El modelo VECH(1,1) se define como:

$$h_t = c + A\eta_{t-1} + Gh_{t-1}$$

donde:

$$\eta_t = \text{vech}(\varepsilon_t \varepsilon_t')$$

donde $\text{vech}(\cdot)$ denota el operador que toma la parte triangular superior de una matriz $N \times N$ y lo transforma en un vector de dimensión $\frac{N(N+1)}{2} \times 1$. A y G

son matrices de parámetros de dimensión $\frac{N(N+1)}{2} \times \frac{N(N+1)}{2}$ y c es un vector de parámetros de tamaño $\frac{N(N+1)}{2} \times 1$.

El número de parámetros de este modelo es de $\frac{N(N+1)(N(N+1)+1)}{2}$.

El problema de estos modelos es que para estimarlos utilizando más de tres variables, la cantidad de parámetros es demasiado grande e incluso inviable, aunque hay versiones que incluyen matrices diagonales o constantes que reducen el número de parámetros a estimar. Sin embargo, todavía siguen siendo inviables en la práctica cuando el número de variables es grande. Ledoit, Santa-Clara y Wolf (2003) proponen un método de estimación de dos etapas aplicable a sistemas relativamente grandes, evitando estimar c, A y G simultáneamente. Lo que hacen es estimar la varianza de cada variable utilizando modelos GARCH univariados. Luego estiman la covarianza de las variables de dos en dos. Sin embargo, las estimaciones de esta forma no garantizan que la matriz H_t sea definida positiva. Por eso es necesario un segundo paso: las matrices estimadas son transformadas mediante un problema de minimización de cierta norma para lograr que formen una matriz definida positiva.

Con el fin de garantizar que la matriz H_t sea positiva definida Engle y Kroner (1995) proponen el modelo conocido como BEKK.

El modelo BEKK(1,1,K) se define como:

$$H_t = C' C + \sum_{k=1}^K A_k' \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}' A_k + \sum_{k=1}^K G_k' H_{t-1} G_k$$

donde C' , A_k' y G_k' son matrices de tamaño $N \times N$ pero C' es triangular superior.

La determinación de K depende de la generalidad del proceso. Los modelos BEKK son casos especiales de los modelos VEC. Los modelos BEKK también involucran una gran cantidad de parámetros en la estimación. Sin embargo, en estos modelos es más fácil garantizar que la matriz de varianza-covarianza sea definida positiva. Y aunque la cantidad de parámetros se puede reducir al utilizar matrices diagonales o constantes en la definición de los modelos, siguen siendo demasiados parámetros cuando se utilizan más de 2 variables.

Existe otra clase de modelos GARCH que permite la incorporación de varias variables, pero tienen la ventaja de convertir un modelo GARCH de N variables a N modelos GARCH de una variable, estos modelos se forman utilizando combinaciones lineales de GARCH univariados. Dentro de estos

modelos se encuentran los modelos ortogonales GARCH (O-GARCH) y generalizaciones de estos mismos.

El modelo GARCH ortogonal (O-GARCH) fue propuesto por Kariya (1988), y Alexander y Chimbumba (1997).

El modelo O – GARCH(1,1, m) se define como

$$V^{-\frac{1}{2}}\epsilon_t = u_t = \Lambda_m f_t$$

donde:

$V = \text{diag}(v_1, v_2, \dots, v_N)$, con v_i la varianza poblacional de ϵ_{it} y Λ_m es una matriz de dimensión $N \times m$ dada por

$$\Lambda_m = P_m \text{diag} \left(l_1^{\frac{1}{2}}, \dots, l_m^{\frac{1}{2}} \right)$$

$$l_1 \geq \dots \geq l_m > 0$$

es el valor propio más grande de la matriz de correlación poblacional de u_t , y P_m es la matriz $N \times m$ asociada a los vectores propios (mutuamente ortogonales):

$$f_t = (f_{1t}, \dots, f_{mt})'$$

es un proceso aleatorio tal que:

$$E_{t-1}(f_t) = 0, \quad \text{Var}_{t-1}(f_t) = \Upsilon_t = \text{diag}(\sigma_{f_{1t}}^2, \dots, \sigma_{f_{mt}}^2),$$

$$\sigma_{f_{it}}^2 = (1 - \alpha_i - \beta_i) + \alpha_i f_{i,t-1}^2 + \beta_i \sigma_{f_{i,t-1}}^2 \quad \text{para } i = 1, \dots, m$$

Entonces

$$H_t = \text{Var}_{t-1}(\epsilon_t) = V^{\frac{1}{2}} V_t V^{\frac{1}{2}} \quad \text{donde } V_t = \text{Var}_{t-1}(u_t) = \Lambda_m \Sigma_t \Lambda_m'$$

En esta especificación se asume que los datos se generan mediante una transformación lineal ortogonal de procesos GARCH univariados. Esto es, la matriz de la transformación lineal es la matriz ortogonal obtenida de los vectores propios de la matriz de covarianza incondicional de los residuos estandarizados. La gran ventaja de este modelo es el pequeño número de parámetros a estimar cuando se tiene un gran número de variables. Sin embargo, hay que notar que al hacer la transformación lineal, el rango de la matriz de varianza condicional podría disminuir, lo que ocasiona problemas en

las aplicaciones y al hacer pruebas de hipótesis, ya que para esto es necesario calcular la matriz inversa de varianza condicional.

Bollerslev (1990) propone el modelo CCC (correlación condicional constante).

El modelo CCC se define como:

$$H_t = D_t R D_t = \left(\rho_{ij} \sqrt{h_{ii,t} h_{jj,t}} \right)$$

donde

$$D_t = \text{diag} \left(h_{11,t}^{\frac{1}{2}}, \dots, h_{NN,t}^{\frac{1}{2}} \right)$$

Cada $h_{ii,t}$ se puede definir como un modelo GARCH univariado y $R = (\rho_{ij})$ es una matriz simétrica, positiva definida con $\rho_{ii} = 1, \forall i$

La gran ventaja de este modelo es que los parámetros a estimar no son demasiados en comparación con las demás especificaciones de los modelos GACH, y además se asegura que la matriz H_t sea semidefinida positiva siempre y cuando R lo sea. Una descripción detallada de las características y definición del modelo CCC se dará en el siguiente capítulo de este trabajo.

Bollerslev (1990) menciona que, en ciertas condiciones, el estimador de máxima verosimilitud del modelo CCC se distribuye normalmente en muestras que tienden a infinito; sin embargo no enuncia qué condiciones son. Tampoco menciona las propiedades asintóticas del estimador ni las propiedades en muestras finitas.

Engle (2002a) proporciona comparaciones entre el modelo de correlación dinámica condicional (DCC) que propone y algunos otros modelos que son muy populares; sin embargo utiliza muestras de tamaño 1000, que es común en el área financiera. Pero en economía es raro tener tal cantidad de datos, por ello es interesante ver las propiedades del estimador de máxima verosimilitud de los modelos más utilizados usando muestras de menor tamaño.

Rossi y Spazzini (2008) mencionan que es muy costoso, computacionalmente, estimar modelos con demasiados parámetros, sin embargo, si se utiliza un modelo con un número de parámetros reducido, se corre el riesgo de especificar mal el modelo y obtener resultados distorsionados.

2. Modelos

Como se mencionó anteriormente, la generación de datos se hace utilizando un modelo diagonal VECH. Tomando en cuenta estos datos, se estima un modelo que no toma en cuenta la heteroscedasticidad y por ende está mal especificado: OLS. Luego se estima un segundo modelo que toma en cuenta la

heteroscedasticidad pero no especifica correctamente el proceso de la varianza: ML-CCC. Por último se estima un modelo bien especificado tanto en la media como en la varianza: ML-DVECH. A continuación se explican los tres modelos.

2.1. Modelo homoscedástico (OLS)

El primer modelo es un VAR(1,1) homoscedástico:

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= c_1 + \varphi_{11}y_{1,t-1} + \varphi_{12}y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\ y_{2,t} &= c_2 + \varphi_{21}y_{1,t-1} + \varphi_{22}y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t} \end{aligned}$$

donde:

$$\text{var} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

Si se consideran todas las observaciones a la vez, es decir:

$$\begin{aligned} Y &= (Y_t \ Y_{t-1} \ \dots \ Y_{t-T}) = \begin{pmatrix} y_{1,t} & y_{1,t-1} & \dots & y_{1,t-T} \\ y_{2,t} & y_{2,t-1} & \dots & y_{2,t-T} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{1} \end{pmatrix} \\ X &= (X_{t-1} \ \dots \ X_{t-T}) = \begin{pmatrix} y_{1,t-1} & y_{1,t-2} & \dots & y_{1,t-T} \\ y_{2,t-1} & y_{2,t-2} & \dots & y_{2,t-T} \end{pmatrix} \\ \Pi &= \begin{pmatrix} c_1 & \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ c_2 & \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Se puede utilizar la fórmula de OLS (mínimos cuadrados ordinarios) para estimar los parámetros, esto es:

$$\Pi = YX'(XX')$$

2.2. Modelo heteroscedástico CCC (ML)

El modelo CCC que se estima en este trabajo es:

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= c_1 + \varphi_{11}y_{1,t-1} + \varphi_{12}y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\ y_{2,t} &= c_2 + \varphi_{21}y_{1,t-1} + \varphi_{22}y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t} \end{aligned}$$

donde:

$$\text{var} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} \Big| \Omega_{t-1} = \text{var}(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = H_t$$

$$H_t = \begin{pmatrix} h_{1,t} & h_{3,t} \\ h_{3,t} & h_{2,t} \end{pmatrix}$$

$$H_t = \begin{pmatrix} k_1 + \beta_1 h_{1,t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{1,t-1}^2 & \rho \sqrt{h_{1,t-1} h_{2,t-1}} \\ \rho \sqrt{h_{1,t-1} h_{2,t-1}} & k_2 + \beta_2 h_{2,t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix}$$

Si:

$$D_t = \begin{pmatrix} k_1 + \beta_1 h_{1,t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{1,t-1}^2 & 0 \\ 0 & k_2 + \beta_2 h_{2,t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$$

Entonces se puede escribir:

$$H_t = D_t R D_t$$

Asumiendo normalidad en los errores, el estimador de máxima verosimilitud para este modelo, se obtiene al resolver el siguiente problema de maximización:

$$\underset{\Pi, \Theta}{\text{maximizar}} \left\{ -T(\mathbf{1} + \ln(2\pi)) - \ln(T) - \sum_{t=1}^T \ln |D_t| - \frac{T}{2} \sum_{t=1}^T \ln \left| (D_t^{-1} \varepsilon_t) (D_t^{-1} \varepsilon_t)' \right| \right\}$$

$$\text{s. a. } 0 \leq \alpha_1 < 1$$

$$0 \leq \alpha_2 < 1$$

$$0 < k_1$$

$$0 < k_2$$

Donde:

$$\Theta = \begin{pmatrix} k_1 & \alpha_1 & \beta_1 \\ k_2 & \alpha_2 & \beta_2 \end{pmatrix}$$

$$\Pi = \begin{pmatrix} c_1 & \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ c_2 & \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{pmatrix}$$

Y el parámetro ρ se puede calcular como el coeficiente de correlación incondicional de la muestra.

2.3. Modelo heteroscedástico DVECH (ML)

El modelo DVECH que se estima en este trabajo es:

$$\begin{aligned} Y_{1,t} &= c_1 + \varphi_{11}Y_{1,t-1} + \varphi_{12}Y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\ Y_{2,t} &= c_2 + \varphi_{21}Y_{1,t-1} + \varphi_{22}Y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t} \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} \text{var} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} \Big| \Omega_{t-1} &= \text{var}(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = H_t \\ H_t &= \begin{pmatrix} h_{1,t} & h_{3,t} \\ h_{3,t} & h_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 + \beta_1 h_{1,t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{1,t-1}^2 & k_3 + \beta_3 h_{3,t-1} + \alpha_3 \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ k_3 + \beta_3 h_{3,t-1} + \alpha_3 \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} & k_2 + \beta_2 h_{2,t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Entonces, el estimador de máxima verosimilitud, suponiendo normalidad de los errores, se obtiene al resolver el problema:

$$\underset{\{\Pi, \Theta\}}{\text{maximizar}} \left\{ -T \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T [\ln |H_t| + \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t] \right\}$$

Donde:

$$\begin{aligned} \Pi &= \begin{pmatrix} c_1 & \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ c_2 & \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{pmatrix} \\ \Theta &= \begin{pmatrix} k_1 & \beta_1 & \alpha_1 \\ k_2 & \beta_2 & \alpha_2 \\ k_3 & \beta_3 & \alpha_3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2.4. Generación de datos

Para hacer un poco menos abstracta la generación de datos, se puede decir que la serie $Y_{1,t}$ representa la inflación de México en el periodo t . También se puede decir que la serie $Y_{2,t}$ es el crecimiento del PIB en México en el mismo periodo t . Así, los parámetros que se encuentran en el sistema de ecuaciones de la media (condicional en la información en $t-1$) indican la dependencia intertemporal que existe entre la inflación y el crecimiento del PIB. Los parámetros presentes en la especificación de la varianza (condicional en la información en $t-1$) indican la dependencia intertemporal de la inestabilidad que existe en la inflación y el crecimiento del PIB.

Los datos utilizados en este trabajo siguen la especificación que se muestra a continuación.

Para la media condicional de las variables $Y_{1,t}, Y_{2,t}$:

$$\begin{aligned} Y_{1,t} &= c_1 + \varphi_{11}Y_{1,t-1} + \varphi_{12}Y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\ Y_{2,t} &= c_2 + \varphi_{21}Y_{1,t-1} + \varphi_{22}Y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t} \end{aligned}$$

donde:

$$\text{var} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} | \Omega_{t-1} = \text{var}(\varepsilon_t | \Omega_{t-1}) = H_t$$

$$H_t = \begin{pmatrix} h_{1,t} & h_{3,t} \\ h_{3,t} & h_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 + \beta_1 h_{1,t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{1,t-1}^2 & k_3 + \beta_3 h_{3,t-1} + \alpha_3 \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ k_3 + \beta_3 h_{3,t-1} + \alpha_3 \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} & k_2 + \beta_2 h_{2,t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix}$$

Las simulaciones se hacen tomando en cuenta 4 tamaños de muestra: 25, 50, 100 y 200.

Los diferentes tamaños de muestra sirven para observar si las propiedades de los estimadores mejoran substancialmente de acuerdo con estos tamaños de muestra o si en realidad es estadísticamente indiferente tomar una muestra de 25 observaciones o una muestra de 200 observaciones. En este trabajo se hacen 10,000 repeticiones en cada simulación. Es decir, se generan N datos siguiendo la especificación diagonal-VECH (con N=25, 50, 100 y 200). En seguida se estiman los modelos OLS, ML-CCC y ML-DVECH. Esto proporciona una estimación de los 3 modelos y se repite esto 10,000 veces.

Las simulaciones se hacen tomando en cuenta cuatro configuraciones de parámetros para considerar procesos con alta y baja persistencia en la media y con alta y baja persistencia en la varianza. La persistencia en la media y varianza se mide con la suma de los parámetros autorregresivos: mientras más grande sea la suma, más persistente será el proceso. En este modelo, la persistencia en la media de la variable y_{it} está medida por la suma $\varphi_{i1} + \varphi_{i2}$ para $i = 1, 2$. La persistencia en la inestabilidad de la variable y_{it} está medida por la suma de $\alpha_i + \beta_i$ para $i = 1, 2$.

En la siguiente tabla se resume la configuración de los parámetros para las cuatro simulaciones, donde:

1. BB: Baja persistencia en la media y baja persistencia en la varianza.
2. AB: Alta persistencia en la media y baja persistencia en la varianza.
3. BA: Baja persistencia en la media y alta persistencia en la varianza.
4. AA: Alta persistencia en la media y alta persistencia en la varianza.

Configuración de Parámetros				
Parámetro	BB	AB	BA	AA
c_1	1	1	1	1
φ_{11}	0.3	0.8	0.3	0.8
φ_{12}	0.1	0.1	0.1	0.1
c_2	2	2	2	2
φ_{21}	0.1	0.1	0.1	0.1
φ_{22}	0.3	0.6	0.3	0.6
k_1	1	1	1	1
α_1	0.1	0.1	0.1	0.1
β_1	0.2	0.2	0.5	0.5
k_2	1	1	1	1
α_2	0.2	0.2	0.2	0.2
β_2	0.3	0.3	0.6	0.6
k_3	0.5	0.5	0.5	0.5
α_3	0.1	0.1	0.1	0.1
β_3	0.3	0.3	0.3	0.3

3. Análisis de las simulaciones

Ante la presencia de heteroscedasticidad, el estimador OLS es insesgado y consistente. Sin embargo, es ineficiente, es decir, no es el estimador de mínima varianza. Además, es importante indicar que el estimador de mínima varianza es el estimador de máxima verosimilitud, siempre y cuando el modelo esté bien especificado y la muestra sea lo suficientemente grande. Pero no se sabe con certeza las propiedades de estos estimadores en muestras finitas.

Las propiedades en muestras finitas que se analizan son el sesgo (en su forma porcentual), la desviación estándar y el error cuadrático medio. Para definir estas propiedades es necesario introducir un poco de notación. Sea $\hat{\theta}$ un estimador del parámetro poblacional θ . Se denotará como $\hat{\theta}^{OLS}$ el estimador obtenido por el método de mínimos cuadrados ordinarios (OLS). Sea $\hat{\theta}^{CCC}$ el estimador que se obtiene por el método de máxima verosimilitud del modelo de correlación condicional constante (CCC). Sea $\hat{\theta}^{DVH}$ el estimador obtenido por el método de máxima verosimilitud del modelo diagonal VECH (DVH). Ahora se definen las propiedades.

$$\text{Sesgo (porcentual): } \frac{E[\hat{\theta}] - \theta}{\theta}$$

$$\text{Desviación estándar: } \sqrt{E[(\hat{\theta} - \theta)^2]}$$

$$\text{Error cuadrático medio: } E[(\hat{\theta} - \theta)^2] + (E[\hat{\theta}] - \theta)^2$$

Para hacer un poco más claro el análisis de las simulaciones, se analizan primero las propiedades conforme crece el tamaño de muestra; después, se comparan las propiedades entre los estimadores.

La rapidez del software (e-views) en cuanto a la estimación de los tres modelos utilizados en este trabajo, para fines prácticos, es la misma. La estimación tarda aproximadamente 45 segundos. Para cada experimento los resultados son obtenidos en 3 horas aproximadamente. Cada experimento consiste en generar observaciones (25, 50, 100 o 200) y estimar los 3 modelos 10000 veces. Se tienen 16 experimentos en total: para 4 distintos tamaños de muestra con 4 configuraciones de parámetros.

3.1. OLS

Para los estimadores OLS sólo es necesario distinguir entre dos especificaciones: alta o baja persistencia en media. La información detallada de las simulaciones se ofrece en las tablas e histogramas que aparecen en el apéndice. Sin embargo es conveniente hacer notar que en el caso de alta persistencia en media. El estimador más sesgado es $\hat{\epsilon}_1^{OLS}$. Y los estimadores $\hat{\phi}_{11}^{OLS}$, $\hat{\phi}_{21}^{OLS}$, $\hat{\phi}_{22}^{OLS}$ muestran un sesgo negativo.

En el caso de baja persistencia en la media el sesgo de todos los estimadores es negativo.

Sin embargo, conforme el tamaño de muestra se incrementa, el sesgo decrece inversamente proporcional al tamaño de muestra para las cuatro especificaciones.

Un resultado importante es que, en muestras finitas, mientras más alta sea la persistencia en el proceso de la media, el estimador OLS será más sesgado.

Es importante hacer notar que la desviación estándar (DS) de los estimadores no varía mucho entre especificaciones. Sin embargo, la DS decrece inversamente proporcional al tamaño de muestra.

El error cuadrático medio (EMC) se comporta prácticamente igual para las cuatro especificaciones, excepto para los parámetros $\hat{\epsilon}_1^{OLS}$ y $\hat{\epsilon}_2^{OLS}$, cuyo EMC es demasiado grande para muestras pequeñas y alta persistencia en la media.

3.2. ML (CCC)

Un análisis detallado de las simulaciones se ofrece en las tablas e histogramas que aparecen en el apéndice, pero es necesario hacer notar que en este caso se obtiene que los estimadores de los parámetros de la media tienen sesgo negativo excepto $\hat{\phi}_{12}^{CCC}$, $\hat{\epsilon}_1^{CCC}$ y $\hat{\epsilon}_2^{CCC}$. Además el sesgo de todos los parámetros disminuye conforme el tamaño de la muestra crece. Una característica de este estimador en muestras finitas es que para los procesos con alta persistencia en la varianza o en la media sus respectivos estimadores son más sesgados que con baja persistencia.

El estimador de la correlación incondicional $\hat{\rho}^{CCC}$ muestra sesgo negativo para las especificaciones con varianza baja y sesgo positivo para las especificaciones con varianza persistente. Sin embargo, el tamaño del sesgo no depende de la persistencia en la varianza o en la media porque se estima el parámetro poblacional de correlación.

Es importante destacar que la desviación estándar disminuye conforme se incrementa el tamaño de la muestra, ocurre lo mismo con el error cuadrático medio en todas las especificaciones.

3.3. MLE (DVH)

Para estos estimadores también se ofrece un análisis detallado en las tablas e histogramas que aparecen en el apéndice, pero cabe resaltar que en este caso los estimadores de los parámetros de la media tienen sesgo negativo excepto $\hat{\phi}_{1z}^{DVH}$, $\hat{\epsilon}_1^{DVH}$ y $\hat{\epsilon}_2^{DVH}$. Los estimadores $\hat{\alpha}_2^{DVH}$ y $\hat{\beta}_2^{DVH}$ muestran sesgo negativo, esto ocurre para las cuatro especificaciones. El sesgo de todos los parámetros disminuye conforme el tamaño de muestra crece y además disminuye proporcionalmente.

La desviación estándar disminuye conforme se incrementa el tamaño de la muestra y ocurre lo mismo con el error cuadrático medio.

3.4. Análisis entre estimadores

El sesgo de prácticamente todos los estimadores analizados disminuye de manera inversamente proporcional al tamaño de la muestra; es decir, si el tamaño de la muestra se duplica, el sesgo disminuye en 50%.

Mientras más alta sea la persistencia en el proceso de la media (varianza) los estimadores de la media (varianza) son más sesgados. Algunos estimadores son mucho más sesgados que otros debido al valor absoluto que se les asignó en las simulaciones.

Los estimadores de la media (varianza) muestran una desviación estándar más grande cuando el proceso de la media (varianza) es muy persistente. Los estimadores de la media (varianza) tienen un error cuadrático medio más grande cuando el proceso de la media (varianza) es muy persistente.

De acuerdo con los resultados obtenidos, el sesgo o la desviación estándar no indican contundentemente cuál de los modelos es el mejor, así que se usará el error cuadrático medio para decidir.

De acuerdo con el error cuadrático medio, el mejor estimador para los parámetros de la media es el modelo CCC, excepto para la especificación BB para la cual OLS es el mejor. De acuerdo con el error cuadrático medio, el mejor estimador para los parámetros de la varianza es el modelo DVECH. Por ello si lo único que se desea es hacer inferencia sobre los parámetros de la media, es recomendable utilizar el modelo CCC a menos que se sospeche que los procesos dinámicos de la media y varianza son poco persistentes. Sin

embargo, si se desea hacer inferencia sólo sobre los parámetros de la varianza es preferible utilizar el modelo DVECH pero hay que tomar en cuenta que los estimadores parecen no seguir alguna distribución conocida. Pero si se desea hacer sobre los parámetros de la varianza y la media, es difícil recomendar algún modelo contundentemente.

Los resultados obtenidos en muestras finitas son muy distintos a la teoría asintótica porque aunque se especifique bien el modelo, es posible que los estimadores no posean propiedades deseables.

Es de importancia destacar que en procesos de varianza persistente, los estimadores de la media son sesgados, aunque el modelo esté bien especificado.

Las distribuciones de los estimadores de la media de todos los modelos se ajustan bien a distribuciones normales como indica la teoría asintótica. Sin embargo, los parámetros no son los que indica la teoría, para el caso de alta persistencia en la media el estimador posee una distribución normal con una media menor a la que indica la teoría. Los estimadores de la varianza al parecer no siguen distribuciones estándar conocidas y en el caso de alta persistencia en la varianza es muy probable que se estimen parámetros mayores a uno, lo que ocasiona que se sospeche que la varianza sea un proceso muy explosivo y esto es erróneo ya que no se trata de un problema del proceso sino un problema de pocas observaciones.

4. Un estudio del crecimiento y la inflación en México

A continuación, como mero ejercicio econométrico se presenta un estudio empírico de la relación entre el crecimiento y la inflación en México.

4.1. Algunos antecedentes teóricos y empíricos

En su lectura del Nobel, Friedman (1977) afirma que la incertidumbre en la inflación disminuye la eficiencia económica, y disminuye el producto temporalmente e incrementa el desempleo. También argumenta que la incertidumbre creciente en la inflación cambia la duración óptima de los contratos y el grado de indexación de los contratos, y por ello el desempleo es mayor durante la transición a los nuevos lineamientos institucionales. Friedman también señala el efecto adverso de la incertidumbre de la inflación sobre la información que proporciona el sistema de precios. Menciona que la información alterada en el sistema de precios reduce la eficiencia económica e incrementa el desempleo, al menos durante el periodo de transición.

Además de Friedman ha habido al menos otros 3 modelos que incorporan las interacciones entre inflación y crecimiento. Cukierman y Meltzer (1986) desarrollan un modelo teórico basado en teoría de juegos que describe el comportamiento de la Fed y predice, entre otras cosas, que una alta incertidumbre en la inflación aumenta la tasa de inflación. Black (1987), en su

trabajo de ciclos económicos, argumenta que las economías más especializadas tendrán mayor incertidumbre y una tasa de crecimiento mayor. Deveraux (1989) argumenta que una incertidumbre mayor en el crecimiento disminuirá el nivel óptimo de salarios privados y esto hace que la inflación sorpresiva aumente el producto.

Por otra parte, los estudios empíricos muestran algo diferente. Por ejemplo, Grier y Perry (2000) utilizan un modelo GARCH multivariado. Como lo hacen Grier y Perry (2000), estos estudios aplican un modelo GARCH-M de dos variables para hacer pruebas de hipótesis sobre los efectos que tiene la incertidumbre real y nominal de la inflación sobre el crecimiento, y no encuentran evidencia de que una incertidumbre alta en la inflación o el crecimiento se asocie a una tasa de crecimiento promedio alta. Tampoco encuentran evidencia de que el riesgo en el crecimiento esté asociado con una tasa de crecimiento promedio alta. Sin embargo, su resultado clave es que en una amplia variedad de modelos y periodos de muestra, la incertidumbre en la inflación disminuye significativamente la tasa de crecimiento del producto.

En Grier *et al.* (2004) se estudian los efectos de la volatilidad del crecimiento y la volatilidad de la inflación sobre las tasas promedio del crecimiento del producto e inflación. Los autores encuentran que una incertidumbre alta en el crecimiento se asocia con un crecimiento promedio significativamente bajo, mientras que una incertidumbre alta en la inflación está negativa y significativamente correlacionada con un crecimiento bajo y baja inflación promedio.

4.2. Análisis descriptivo

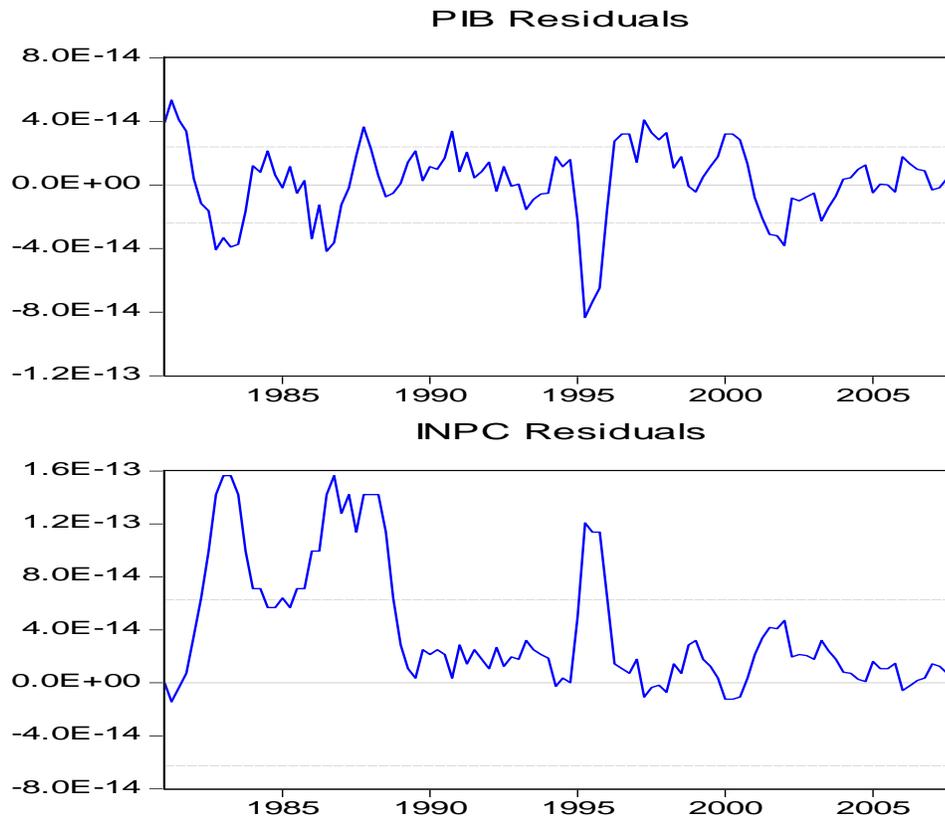
Ahora, como mero ejercicio econométrico se estudia la interdependencia de la inflación y el crecimiento. Se define la variable $y_{1,t}$ como la variación porcentual del índice nacional de precios al consumidor en el tiempo t con respecto al trimestre del año anterior. De la misma forma se define la variable $y_{2,t}$ como la variación porcentual del producto interno bruto en el tiempo t con respecto al trimestre del año anterior. Ambas series de tiempo son trimestrales y cubren el periodo comprendido entre el primer trimestre de 1981 y el cuarto trimestre de 2007, para tener un total de 108 datos.

Antes de aplicar cualquier modelo de varianza condicional, es necesario saber si existen efectos ARCH. Primero se estima un modelo que se asume homoscedástico, esto es:

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= c_1 + \varphi_{11}y_{1,t-1} + \varphi_{12}y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\ y_{2,t} &= c_2 + \varphi_{21}y_{1,t-1} + \varphi_{22}y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t} \end{aligned}$$

Se obtienen los valores estimados de los parámetros mediante OLS. En seguida se analizan los errores de la estimación. La gráfica indica que es probable que

exista heteroscedasticidad porque errores grandes están seguidos de errores grandes y errores pequeños están seguidos de errores pequeños.



Se aplica una prueba de hipótesis para saber si existen efectos ARCH en las series. La siguiente prueba de hipótesis es para las series en conjunto.

System Residual Portmanteau Tests for Autocorrelations

Null Hypothesis: no residual autocorrelations up to lag h

Date: 03/11/09 Time: 19:59

Sample: 1981Q2 2007Q4

Included observations: 107

Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	57.21564	0.0000	57.75541	0.0000	4
2	73.09277	0.0000	73.93496	0.0000	8
3	76.02751	0.0000	76.95436	0.0000	12
4	101.0687	0.0000	102.9680	0.0000	16
5	111.1093	0.0000	113.5009	0.0000	20
6	120.4769	0.0000	123.4249	0.0000	24
7	125.3866	0.0000	128.6783	0.0000	28
8	130.2044	0.0000	133.8854	0.0000	32
9	134.2055	0.0000	138.2540	0.0000	36
10	137.8794	0.0000	142.3066	0.0000	40
11	141.7553	0.0000	146.6267	0.0000	44
12	143.8052	0.0000	148.9354	0.0000	48

La tabla anterior indica el rechazo de la hipótesis nula: no existe correlación residual hasta el rezago 12. Es decir, el sistema anterior muestra heteroscedasticidad condicional.

Ahora, si se analiza cada serie por separado se hace lo siguiente:

$$\text{RESIDUOS2INPC} = C(1) + C(2) * \text{RESIDUOS2INPC}(-1) + C(3)$$

$$* \text{RESIDUOS2INPC}(-2) + C(4) * \text{RESIDUOS2INPC}(-3) + C(5)$$

$$* \text{RESIDUOS2INPC}(-4)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	23.95987	18.28900	1.310070	0.1932
C(2)	0.933563	0.100013	9.334380	0.0000
C(3)	-0.070956	0.135379	-0.524133	0.6014
C(4)	-0.234492	0.135379	-1.732122	0.0864
C(5)	0.141056	0.100021	1.410259	0.1616

De acuerdo con la tabla anterior, existe heteroscedasticidad en la serie correspondiente al INPC, y además el único parámetro significativo es el correspondiente al primer rezago; los parámetros correspondientes a los demás rezagos son no significativos, con una confianza del 95%.

Ahora para la serie correspondiente para el PIB se hace la misma prueba.

$$\text{RESIDUOS2PIB} = C(1) + C(2) * \text{RESIDUOS2PIB}(-1) + C(3) * \text{RESIDUOS2PIB}(-2) + C(4) * \text{RESIDUOS2PIB}(-3) + C(5) * \text{RESIDUOS2PIB}(-4)$$

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.384688	1.275905	1.869017	0.0646
C(2)	0.146528	0.095675	1.531517	0.1289
C(3)	-0.050966	0.096529	-0.527993	0.5987
C(4)	0.067001	0.096443	0.694728	0.4889
C(5)	0.319559	0.095483	3.346756	0.0012

La tabla también indica que existen efectos ARCH. Y el único parámetro significativo al 95% es el del quinto rezago. Entonces, del análisis anterior podemos concluir que ambas series exhiben efectos ARCH y por ello se procederá a aplicar un modelo que incluya dichos efectos.

Las pruebas de hipótesis anteriores pueden servir para indicar el orden del modelo ARCH a aplicar, que sería en este caso un **ARCH(1)** para la serie correspondiente al INPC y un **ARCH(5)** para la serie correspondiente al PIB; sin embargo en este trabajo no se va aplicar un modelo **ARCH** univariado a cada serie, sino un **GARCH** multivariado para ambas series. Bollerslev (1986) muestra que un modelo **GARCH(1,1)** univariado es suficiente para capturar la misma persistencia que un modelo **ARCH(8)** univariado. Se asume que ocurre lo mismo para modelos multivariados, es decir, un modelo **GARCH** de orden bajo captura toda la persistencia que un modelo **ARCH** de orden relativamente alto.

4.3. Resultados econométricos

Ahora se aplica el modelo DVECH a las series del PIB e INPC descritas con anterioridad.

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

Estimation Method: ARCH Maximum Likelihood (Marquardt)

Covariance specification: Diagonal VECM

Date: 03/25/09 Time: 21:35

Sample: 1981Q2 2007Q4

Included observations: 107

Total system (balanced) observations 214

Presample covariance: backcast (parameter =0.7)

Convergence achieved after 89 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	-0.021489	0.571664	-0.037590	0.9700
C(2)	0.958764	0.010454	91.70859	0.0000
C(3)	-0.197605	0.104093	-1.898356	0.0576
C(4)	1.344563	0.596741	2.253177	0.0242
C(5)	-0.010860	0.009577	-1.133937	0.2568
C(6)	0.743288	0.098518	7.544667	0.0000

Variance Equation Coefficients

C(7)	1.412891	0.675236	2.092440	0.0364
C(8)	-0.858657	0.541073	-1.586950	0.1125
C(9)	1.422913	1.251421	1.137038	0.2555
C(10)	1.593777	0.429735	3.708747	0.0002
C(11)	0.303341	0.229647	1.320904	0.1865
C(12)	0.242017	0.085955	2.815603	0.0049
C(13)	0.074751	0.048483	1.541813	0.1231
C(14)	0.277616	0.208153	1.333709	0.1823
C(15)	0.467786	0.290905	1.608038	0.1078

Log likelihood	-522.8786	Schwarz criterion	10.42850
Avg. log likelihood	-2.443358	Hannan-Quinn criter.	10.20570
Akaike info criterion	10.05381		

Equation: $INPC = C(1) + C(2)*INPC(-1) + C(3)*PIB(-1)$

R-squared	0.928851	Mean dependent var	34.03514
Adjusted R-squared	0.927483	S.D. dependent var	38.67391
S.E. of regression	10.41452	Sum squared resid	11280.08
Prob(F-statistic)	0.570513		

Equation: $PIB = C(4) + C(5)*INPC(-1) + C(6)*PIB(-1)$

R-squared	0.603853	Mean dependent var	2.612349
Adjusted R-squared	0.596235	S.D. dependent var	3.545153
S.E. of regression	2.252680	Sum squared resid	527.7549

Prob(F-statistic) 1.558685

Covariance specification: Diagonal VECH
 GARCH = M + A1.*RESID(-1)*RESID(-1)' + B1.*GARCH(-1)
 M is an indefinite matrix
 A1 is an indefinite matrix
 B1 is an indefinite matrix

Transformed Variance Coefficients				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
M(1,1)	1.412891	0.675236	2.092440	0.0364
M(1,2)	-0.858657	0.541073	-1.586950	0.1125
M(2,2)	1.422913	1.251421	1.137038	0.2555
A1(1,1)	1.593777	0.429735	3.708747	0.0002
A1(1,2)	0.303341	0.229647	1.320904	0.1865
A1(2,2)	0.242017	0.085955	2.815603	0.0049
B1(1,1)	0.074751	0.048483	1.541813	0.1231
B1(1,2)	0.277616	0.208153	1.333709	0.1823
B1(2,2)	0.467786	0.290905	1.608038	0.1078

De acuerdo con la tabla anterior, los parámetros de la media significativos al 5% son C(2), C(4) y C(6). En este modelo C(2) es el cambio marginal del INPC ante cambios en el INPC del periodo anterior, el cual es 0.95. El parámetro C(4) se puede interpretar como el cambio porcentual del PIB con respecto al trimestre anterior a largo plazo, en este caso es 1.34. Por último, el parámetro C(6) es el cambio marginal del PIB ante cambios en el PIB del periodo anterior, el cual es 0.74. De acuerdo con esto el modelo no es capaz de capturar la relación entre crecimiento del PIB e inflación expresada por Friedman (1977). También se aplicaron los modelos CCC y OLS y los resultados fueron los mismos. Las razones de que esto ocurra pueden ser que el modelo esté mal especificado, que el tamaño de la muestra sea demasiado pequeño o que la relación mencionada por Friedman (1977) no exista, al menos, para el periodo de la muestra. Sin embargo, lo más probable es que el modelo no capture la relación existente entre ambas variables por la baja frecuencia relativa de las observaciones como indica Engle (2003).

Conclusiones

El objetivo de este trabajo ha sido analizar las propiedades de sesgo, error cuadrático medio, varianza y distribución del estimador en muestras finitas. Para la generación de datos se ha considerado un modelo VAR (2) para la media condicional junto con un proceso diagonal-VECH para la varianza. Para la estimación se consideraron tres especificaciones diferentes. La primera no considera la heteroscedasticidad y por consiguiente está mal especificado; en este caso se utiliza el estimador OLS. La segunda especificación toma en cuenta la heteroscedasticidad; sin embargo, el proceso de varianza no se especifica de forma correcta; en este caso se utiliza el estimador de máxima verosimilitud de un modelo CCC. La tercera especificación es la correcta y utiliza el estimador de máxima verosimilitud de un modelo diagonal-VECH. Se han escogido estos modelos porque son los más aplicados y son suficientemente parsimoniosos.

Se han considerado cuatro configuraciones de parámetros de alta y baja persistencia tanto en media como en varianza. Se hacen 10,000 repeticiones para cada simulación y así obtener una distribución empírica de los estimadores.

Las simulaciones indican que el sesgo y la varianza de todos los estimadores disminuyen de forma inversamente proporcional al tamaño de la muestra. Mientras más alta sea la persistencia en el proceso de la media (varianza), los estimadores de la media (varianza) son más sesgados, muestran una desviación estándar más alta y un error cuadrático más alto. Para procesos con alta persistencia en la varianza, los estimadores de la media son sesgados. Los estimadores de la varianza no siguen distribuciones estándar conocidas y en el caso de alta persistencia en la varianza, es muy probable que se estimen parámetros mayores a uno. Con ello podría sospecharse que la varianza sea un proceso muy explosivo, lo cual es erróneo, ya que no se trata de un problema del proceso sino un problema de pocas observaciones.

En el ejercicio de aplicación práctica se nota que el modelo no captura la relación entre inflación y crecimiento que Friedman (1977) propone y las posibles causas son las pocas observaciones que se tienen o la baja frecuencia relativa de las observaciones como indica Engle (2003).

Este trabajo podría ampliarse al considerar valores negativos para los parámetros de la especificación de la media o incluir tanto parámetros negativos como positivos en la especificación de la media. También podrían considerarse otros modelos en la generación de datos como un VECH general, un modelo BEKK, O-GARCH o un DDC. Se podrían considerar otros modelos para la estimación de los parámetros en especial la estimación por dos etapas que propone Engle (2002a) o el método de estimación que proponen Ledoit, Santa-Clara y Wolf (2003).

Apéndice

Se muestran los resultados de las simulaciones, resumidos en las siguientes tablas. Primero para la especificación de alta persistencia en la media y alta persistencia en la varianza (AA).

Especificación AA OLS	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
α_1	157.4180	74.7304	33.9608	15.9607	1.8604	1.0605	0.6362	0.4058
φ_{11}	-24.4295	-11.379	-5.3580	-2.6110	0.2073	0.1206	0.0762	0.0501
φ_{12}	14.0140	5.3705	3.8517	2.6089	0.1914	0.1146	0.0739	0.0498
α_2	83.8134	42.2472	19.9746	9.9711	2.4716	1.4423	0.8694	0.5747
φ_{21}	-70.6329	-32.793	-14.937	-7.3556	0.3003	0.1749	0.1063	0.0710
φ_{22}	-24.8195	-13.125	-6.3040	-3.1715	0.2468	0.1644	0.1135	0.0798

Especificación AA OLS	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
α_1	5.9389	1.6830	0.5200	0.1901
φ_{11}	0.0811	0.0228	0.0076	0.0029
φ_{12}	0.0368	0.0132	0.0055	0.0025
α_2	8.9180	2.7940	0.9154	0.3701
φ_{21}	0.0952	0.0317	0.0115	0.0051
φ_{22}	0.0831	0.0332	0.0143	0.0067

Especificación AA CCC	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1	161.6802	76.4004	34.0173	15.5879	1.9650	1.1459	0.6689	0.4255
φ_{11}	-24.8884	-11.6648	-5.4206	-2.5872	0.2204	0.1314	0.0807	0.0528
φ_{12}	12.5542	5.4803	4.8049	3.1422	0.2048	0.1246	0.0792	0.0534
c_2	85.3493	41.5392	18.3168	8.6133	2.5990	1.4893	0.8465	0.5348
φ_{21}	-67.8375	-29.8342	-13.6733	-6.7880	0.3184	0.1805	0.1037	0.0647
φ_{22}	-26.2605	-13.5106	-5.8474	-2.7065	0.2672	0.1735	0.1105	0.0722
k_1	-51.3939	-13.0148	14.8061	28.1829	0.9060	1.1006	1.1743	1.1639
α_1	-200.3216	-142.0252	-80.5824	-46.6113	0.3487	0.2694	0.2039	0.1559
β_1	77.5503	37.6524	5.9536	-9.6439	0.5018	0.5451	0.5248	0.4866
k_2	-7.5841	48.2748	54.6517	33.3916	1.9637	2.0097	1.6922	1.2552
α_2	-123.6412	-63.8187	-21.4056	-3.4828	0.3981	0.3231	0.2134	0.1338
β_2	42.2180	3.6174	-12.9215	-10.0398	0.5206	0.5231	0.4159	0.2861
ρ	-18.4817	-16.7639	-16.6658	-16.7381	0.2248	0.1459	0.1032	0.0752

Especificación AA CCC	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1	6.4748	1.8967	0.5631	0.2053
φ_{11}	0.0882	0.0260	0.0084	0.0032
φ_{12}	0.0421	0.0156	0.0063	0.0029
c_2	9.6681	2.9079	0.8507	0.3157
φ_{21}	0.1060	0.0335	0.0109	0.0042
φ_{22}	0.0962	0.0367	0.0134	0.0055
k_1	1.0850	1.2282	1.4006	1.4339
α_1	0.1617	0.0928	0.0481	0.0265
β_1	0.4021	0.3325	0.2763	0.2391
k_2	3.8616	4.2714	3.1618	1.6869
α_2	0.2196	0.1207	0.0474	0.0179
β_2	0.3352	0.2741	0.1790	0.0855
ρ	0.0591	0.0283	0.0176	0.0127

Especificación AA DVECH	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
	25	50	100	200	25	50	100	200
μ_1	163.4252	77.2896	34.7327	16.0981	1.9149	1.1288	0.6848	0.4409
φ_{11}	-25.2064	-11.7045	-5.5589	-2.5644	0.2141	0.1289	0.0827	0.0539
φ_{12}	11.7805	4.2997	3.9099	2.6865	0.1991	0.1230	0.0809	0.0548
μ_2	85.8813	42.0429	18.8519	8.8473	2.5270	1.5021	0.8771	0.5468
φ_{21}	-69.3735	-29.7019	-13.5496	-6.6493	0.3080	0.1807	0.1069	0.0662
φ_{22}	-26.3003	-13.7334	-6.0775	-2.7765	0.2576	0.1716	0.1137	0.0737
k_1	-49.0788	-15.8920	16.9348	38.9071	0.8871	0.9964	1.1282	1.1920
α_1	-31.2632	4.3179	38.7920	64.5968	0.5234	0.6178	0.7017	0.7011
β_1	-6.1685	44.3227	57.1365	37.8630	1.8579	1.8240	1.6111	1.2236
k_2	-58.3233	-85.8986	-70.6361	-50.5919	0.2479	0.2219	0.1888	0.1543
α_2	-55.1795	-79.3071	-50.5637	-22.7315	0.2808	0.2035	0.1484	0.0987
β_2	-61.4792	-48.0253	-21.7848	-6.8950	0.2774	0.2648	0.1997	0.1262
k_3	66.5489	35.4728	7.2107	-11.8777	0.3938	0.4475	0.4880	0.4890
α_3	168.7080	114.9665	62.5347	22.8626	0.4463	0.4794	0.5224	0.5185
β_3	35.5392	4.6145	-10.6295	-9.1368	0.4093	0.4309	0.3810	0.2702

Especificación AA DVECH	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
	25	50	100	200
μ_1	6.3371	1.8714	0.5896	0.2203
φ_{11}	0.0865	0.0254	0.0088	0.0033
φ_{12}	0.0398	0.0152	0.0066	0.0030
μ_2	9.3354	2.9631	0.9113	0.3302
φ_{21}	0.0997	0.0335	0.0116	0.0044
φ_{22}	0.0913	0.0362	0.0143	0.0057
k_1	1.0277	1.0179	1.3014	1.5720
α_1	0.2983	0.3821	0.5300	0.5958
β_1	3.4554	3.5232	2.9218	1.6404
k_2	0.0648	0.0566	0.0406	0.0264
α_2	0.0819	0.0477	0.0246	0.0102
β_2	0.0921	0.0793	0.0418	0.0161
k_3	0.2658	0.2317	0.2394	0.2426
α_3	0.4554	0.3487	0.3081	0.2735
β_3	0.2130	0.1864	0.1492	0.0760

En seguida se muestran los resultados de las simulaciones cuando se supone un proceso de baja persistencia en la media y alta persistencia en la varianza (BA).

Especificación BA OLS	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	20.4391 -34.5028 -3.1325	9.7699 -16.8409 -1.0540	4.8373 -8.2613 -0.6092	2.1714 -4.0463 0.0848	0.6893 0.2364 0.1906	0.4418 0.1626 0.1217	0.3007 0.1131 0.0813	0.2070 0.0802 0.0560
c_2 φ_{21} φ_{22}	16.8651 -26.2572 -30.5063	8.2263 -3.7148 -4.8512	4.2739 -6.5712 -7.7028	2.1763 -3.1509 -3.9189	0.9374 0.3497 0.2461	0.6275 0.2285 0.1728	0.4455 0.1544 0.1261	0.3166 0.1082 0.0914

Especificación BA OLS	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	0.5168 0.0666 0.0363	0.2047 0.0290 0.0148	0.0927 0.0134 0.0066	0.0433 0.0066 0.0031
c_2 φ_{21} φ_{22}	0.9924 0.1230 0.0689	0.4207 0.0524 0.0318	0.2057 0.0239 0.0164	0.1021 0.0117 0.0085

Especificación BA CCC	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	21.4534 -36.5690 -2.6994	10.5531 -18.0498 -0.4698	5.2112 -9.0745 0.4649	2.2818 -4.1137 0.9473	0.7726 0.2694 0.2144	0.5069 0.1879 0.1381	0.3338 0.1288 0.0907	0.2429 0.0940 0.0659
c_2 φ_{21} φ_{22}	18.0279 -24.7394 -33.4134	8.3651 -14.6678 -15.0387	3.9573 -6.5647 -7.1288	1.8318 -3.3788 -3.2977	1.0544 0.3902 0.2768	0.6749 0.2511 0.1887	0.4418 0.1594 0.1256	0.2992 0.1050 0.0853
k_1 α_1 β_1	-49.1928 -193.1935 75.6330	-13.7798 -153.4702 40.8404	13.8818 -90.2766 8.4024	28.7723 -51.8417 -9.1205	0.9338 0.3536 0.4910	1.0754 0.2622 0.5239	1.1586 0.2062 0.5199	1.1680 0.1608 0.4871
k_2 α_2 β_2	-9.6635 -118.4004 41.5488	50.4327 -65.5483 3.2919	54.3400 -23.2368 -12.2233	34.7811 -4.3089 -10.1020	1.9041 0.3991 0.5125	2.0093 0.3213 0.5148	1.6883 0.2148 0.4141	1.2833 0.1379 0.2913
ρ	-17.0492	-16.7814	-16.4181	-16.2325	0.2210	0.1464	0.1032	0.0784

Especificación BA CCC	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	0.6428 0.0846 0.0460	0.2680 0.0382 0.0191	0.1141 0.0173 0.0082	0.0595 0.0090 0.0043
c_2 φ_{21} φ_{22}	1.2416 0.1529 0.0867	0.4834 0.0633 0.0376	0.2015 0.0255 0.0162	0.0908 0.0110 0.0074
k_1 α_1 β_1	1.1139 0.1623 0.3841	1.1753 0.0923 0.3161	1.3615 0.0506 0.2720	1.4468 0.0285 0.2394
k_2 α_2 β_2	3.6344 0.2153 0.3248	4.2913 0.1204 0.2654	3.1455 0.0483 0.1769	1.7677 0.0191 0.0885
ρ	0.0561	0.0285	0.0174	0.0127

Especificación BA DVECH	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1	23.0392	10.8839	5.5044	2.3629	0.7667	0.5035	0.3496	0.2611
φ_{11}	-38.4701	-18.7624	-9.5318	-4.4218	0.2663	0.1863	0.1341	0.1010
φ_{12}	-6.8379	-1.2177	-0.0264	0.5232	0.2135	0.1385	0.0944	0.0718
c_2	18.7103	8.7181	4.1721	1.7734	1.0376	0.6810	0.4615	0.3121
φ_{21}	-26.8618	-12.5312	-7.6850	-3.1726	0.3913	0.2514	0.1631	0.1122
φ_{22}	-35.1365	-16.3295	-7.3839	-3.3821	0.2722	0.1888	0.1283	0.0883
k_1	-48.2618	-14.2359	16.4985	37.7175	0.8752	1.0150	1.1287	1.1765
α_1	-29.0778	5.4891	38.6174	65.2269	0.5163	0.6161	0.6900	0.6993
β_1	-6.3388	49.1934	57.0218	39.0590	1.7885	1.8657	1.6190	1.2532
k_2	-48.1893	-90.9736	-77.1084	-55.2978	0.2482	0.2180	0.1863	0.1582
α_2	-33.0800	-75.2220	-50.6515	-24.9192	0.2774	0.1998	0.1472	0.1004
β_2	-56.0657	-48.1776	-23.5564	-8.6303	0.2757	0.2631	0.1967	0.1323
k_3	65.3699	36.2394	9.0565	-9.6853	0.3804	0.4340	0.4811	0.4819
α_3	165.3280	115.6652	62.5924	23.9486	0.4361	0.4653	0.5120	0.5163
β_3	35.0882	3.7310	-9.8647	-8.6754	0.4009	0.4259	0.3755	0.2730

Especificación BA DVECH	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1	0.6408	0.2653	0.1252	0.0688
φ_{11}	0.0842	0.0379	0.0188	0.0104
φ_{12}	0.0456	0.0192	0.0089	0.0051
c_2	1.2166	0.4941	0.2199	0.0986
φ_{21}	0.1538	0.0634	0.0267	0.0126
φ_{22}	0.0852	0.0381	0.0169	0.0079
k_1	0.9988	1.0504	1.3011	1.5263
α_1	0.2876	0.3803	0.5133	0.5954
β_1	3.2025	3.7225	2.9461	1.7229
k_2	0.0639	0.0558	0.0407	0.0281
α_2	0.0781	0.0456	0.0242	0.0107
β_2	0.0886	0.0785	0.0409	0.0178
k_3	0.2515	0.2212	0.2334	0.2346
α_3	0.4362	0.3369	0.2974	0.2717
β_3	0.2051	0.1819	0.1445	0.0772

Las siguientes tablas muestran los resultados cuando para un proceso con alta persistencia en la media y baja persistencia en la varianza (AB).

Especificación AB OLS	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	159.1847 -25.8307 24.5745	72.8860 -12.1811 14.8589	34.0376 -5.7780 8.0135	16.1045 -2.7885 4.4123	1.7841 0.2383 0.2495	1.0168 0.1387 0.1504	0.6112 0.0858 0.0983	0.3950 0.0560 0.0663
c_2 φ_{21} φ_{22}	80.0860 -76.2621 -22.0566	38.7283 -36.9418 -10.6526	18.3795 -16.652 -5.2148	8.9393 -8.2669 -2.4871	1.9904 0.2890 0.2885	1.1589 0.1648 0.1827	0.7126 0.1024 0.1256	0.4784 0.0674 0.0875

Especificación AB OLS	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	5.7028 0.0986 0.0614	1.5687 0.0293 0.0233	0.4973 0.0097 0.0097	0.1819 0.0036 0.0044
c_2 φ_{21} φ_{22}	6.2610 0.0847 0.1001	1.9125 0.0281 0.0376	0.6440 0.0108 0.0168	0.2608 0.0046 0.0079

Especificación AB CCC	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	163.8454 -26.4796 23.8990	75.6063 -12.6318 15.5306	34.5865 -6.0369 9.5234	15.5016 -2.8033 5.7834	1.8803 0.2504 0.2641	1.1064 0.1515 0.1652	0.6515 0.0918 0.1044	0.4072 0.0581 0.0691
c_2 φ_{21} φ_{22}	81.7897 -74.3330 -23.2051	39.9079 -37.6061 -11.0035	18.1060 -17.5930 -4.8691	7.8532 -8.6198 -2.0222	2.0848 0.3027 0.3040	1.2261 0.1753 0.1944	0.7255 0.1047 0.1263	0.4610 0.0654 0.0833
k_1 α_1 β_1	-70.2695 -15.2802 344.7380	-50.7152 -59.6402 255.2678	-34.0125 -98.5476 172.1506	-7.0928 -2.4627 99.4045	0.5459 0.3208 0.5084	0.6434 0.2539 0.5541	0.6922 0.1991 0.5540	0.7112 0.1669 0.5378
k_2 α_2 β_2	-60.6811 -26.3821 183.9375	-30.9410 -73.1135 101.3904	-11.1058 -33.7769 43.3754	-0.1316 -1.4589 12.9765	0.7646 0.3856 0.5357	0.8501 0.3185 0.5593	0.8166 0.2326 0.4932	0.6964 0.1647 0.3808
ρ	24.5695	25.2647	25.3065	25.2409	0.1723	0.1109	0.0768	0.0587

Especificación AB CCC	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	6.2262 0.1067 0.0689	1.8234 0.0338 0.0280	0.5498 0.0108 0.0108	0.1898 0.0039 0.0048
c_2 φ_{21} φ_{22}	6.7764 0.0923 0.1112	2.1427 0.0321 0.0426	0.6537 0.0113 0.0166	0.2371 0.0044 0.0071
k_1 α_1 β_1	0.7937 0.1495 0.7355	0.6760 0.0902 0.5621	0.5892 0.0504 0.4209	0.5349 0.0317 0.3287
k_2 α_2 β_2	0.9372 0.2149 0.5832	0.8184 0.1207 0.4039	0.6672 0.0578 0.2591	0.4848 0.0277 0.1465
ρ	0.0444	0.0285	0.0219	0.0194

Especificación AB DVECH	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1	164.9758	76.8248	35.1641	16.3416	1.8248	1.0789	0.6651	0.4208
φ_{11}	-26.4564	-12.5734	-6.0580	-2.8013	0.2424	0.1468	0.0932	0.0597
φ_{12}	21.8537	13.1385	8.6692	4.9573	0.2562	0.1604	0.1067	0.0706
c_2	82.5117	39.9441	18.1244	8.2145	2.0323	1.2069	0.7389	0.4722
φ_{21}	-76.6533	-36.4579	-16.9162	-8.6590	0.2930	0.1711	0.1062	0.0675
φ_{22}	-23.1341	-11.2940	-5.0601	-2.1675	0.2953	0.1891	0.1282	0.0846
k_1	-69.0826	-52.0429	-31.4865	-8.3442	0.4832	0.5613	0.6618	0.7213
α_1	-50.0037	-26.8531	1.2141	27.7637	0.2975	0.3777	0.4555	0.4759
β_1	-58.2143	-32.5390	-11.0145	1.2922	0.6750	0.7326	0.7491	0.6418
k_2	-28.6146	-86.8690	-76.2031	-4.6038	0.2349	0.1951	0.1676	0.1388
α_2	-2.1639	-64.3412	-49.2454	-3.7983	0.2359	0.1704	0.1278	0.0912
β_2	-47.6288	-53.3488	-33.5469	-7.0721	0.2589	0.2396	0.1960	0.1422
k_3	316.3456	247.0524	170.2693	85.4060	0.3773	0.4295	0.4950	0.5298
α_3	172.9871	123.5247	70.0554	23.4402	0.3535	0.3894	0.4514	0.4563
β_3	170.4084	104.8175	51.2767	21.3106	0.3957	0.4330	0.4328	0.3451

Especificación AB DVECH	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1	6.0514	1.7838	0.5688	0.2038
φ_{11}	0.1029	0.0322	0.0113	0.0041
φ_{12}	0.0658	0.0264	0.0114	0.0050
c_2	6.6303	2.0821	0.6818	0.2499
φ_{21}	0.0879	0.0302	0.0115	0.0046
φ_{22}	0.1072	0.0406	0.0174	0.0073
k_1	0.7238	0.5871	0.5286	0.5271
α_1	0.1602	0.1555	0.2056	0.2457
β_1	0.8193	0.6458	0.5563	0.4120
k_2	0.0564	0.0460	0.0339	0.0222
α_2	0.0562	0.0334	0.0188	0.0089
β_2	0.0757	0.0678	0.0431	0.0214
k_3	0.5427	0.4305	0.3556	0.3098
α_3	0.3931	0.2866	0.2497	0.2131
β_3	0.4171	0.2902	0.2118	0.1232

Por último se muestran los resultados de las simulaciones para un modelo con baja persistencia en la media y baja persistencia en la varianza BB.

Especificación BB OLS	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1	21.5379	9.9777	5.1085	2.7852	0.6739	0.4370	0.2987	0.2069
φ_{11}	-4.7092	-7.4328	-8.5494	-4.5803	0.2799	0.1894	0.1301	0.0918
φ_{12}	-6.0432	-0.6763	-0.7329	-0.3050	0.2531	0.1627	0.1096	0.0758
c_2	16.7974	8.1083	3.9630	2.1262	0.7765	0.5320	0.3773	0.2702
φ_{21}	-20.3220	-11.0281	-5.4692	-2.8757	0.3398	0.2245	0.1525	0.1064
φ_{22}	-31.4576	-15.0728	-7.3243	-3.8283	0.2875	0.1966	0.1397	0.1006

Especificación BB OLS	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1	0.4965	0.1997	0.0918	0.0435
φ_{11}	0.0900	0.0387	0.0176	0.0087
φ_{12}	0.0637	0.0265	0.0120	0.0058
c_2	0.7125	0.3067	0.1486	0.0747
φ_{21}	0.1161	0.0503	0.0233	0.0113
φ_{22}	0.0918	0.0407	0.0200	0.0102

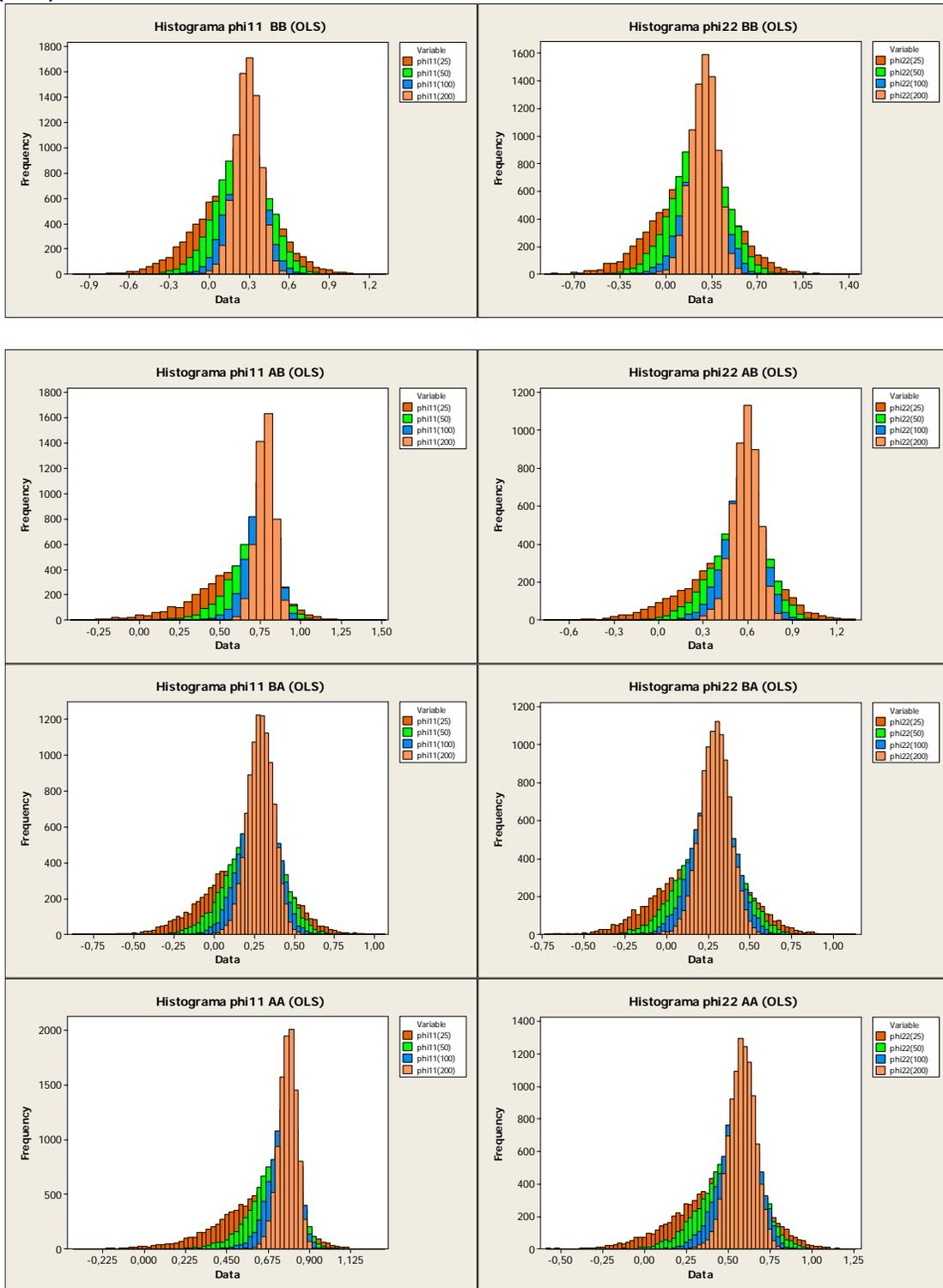
Especificación BB CCC	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1	22.5771	10.3219	5.0961	2.7678	0.7476	0.4967	0.3289	0.2232
φ_{11}	-36.9974	-18.5377	-9.1919	-4.6641	0.3142	0.2163	0.1429	0.0983
φ_{12}	-6.0424	0.5646	0.7004	-0.0755	0.2803	0.1839	0.1204	0.0803
c_2	17.4044	8.3176	3.7043	1.8217	0.8652	0.5813	0.3876	0.2620
φ_{21}	-19.9389	-10.4662	-6.2585	-2.8084	0.3806	0.2456	0.1599	0.1074
φ_{22}	-32.8218	-15.4354	-6.5098	-3.3814	0.3186	0.2156	0.1453	0.0965
k_1	-70.1364	-49.4844	-33.7518	-16.5414	0.5195	0.6496	0.6889	0.7106
α_1	-05.0952	-63.5463	-108.156	-66.8021	0.3331	0.2494	0.2031	0.1720
β_1	340.5920	253.0594	177.8311	100.5823	0.4868	0.5509	0.5431	0.5369
k_2	-61.0256	-31.1429	-9.8282	0.0695	0.7697	0.8376	0.8387	0.7095
α_2	-21.2835	-74.8510	-35.2868	-10.4932	0.3896	0.3183	0.2368	0.1691
β_2	181.9146	102.6616	44.7137	15.1114	0.5244	0.5546	0.4923	0.3774
ρ	25.9763	25.5662	25.4597	25.7994	0.1676	0.1110	0.0791	0.0656

Especificación BB CCC	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	0.6075 0.1123 0.0776	0.2562 0.0496 0.0339	0.1107 0.0212 0.0145	0.0509 0.0100 0.0065
c_2 φ_{21} φ_{22}	0.8684 0.1472 0.1114	0.3632 0.0604 0.0486	0.1557 0.0256 0.0215	0.0700 0.0115 0.0094
k_1 α_1 β_1	0.7600 0.1529 0.7060	0.6685 0.0877 0.5595	0.5885 0.0529 0.4214	0.5339 0.0341 0.3302
k_2 α_2 β_2	0.9706 0.2121 0.5756	0.7844 0.1218 0.4002	0.7129 0.0611 0.2604	0.5038 0.0290 0.1437
ρ	0.0446	0.0287	0.0225	0.0210

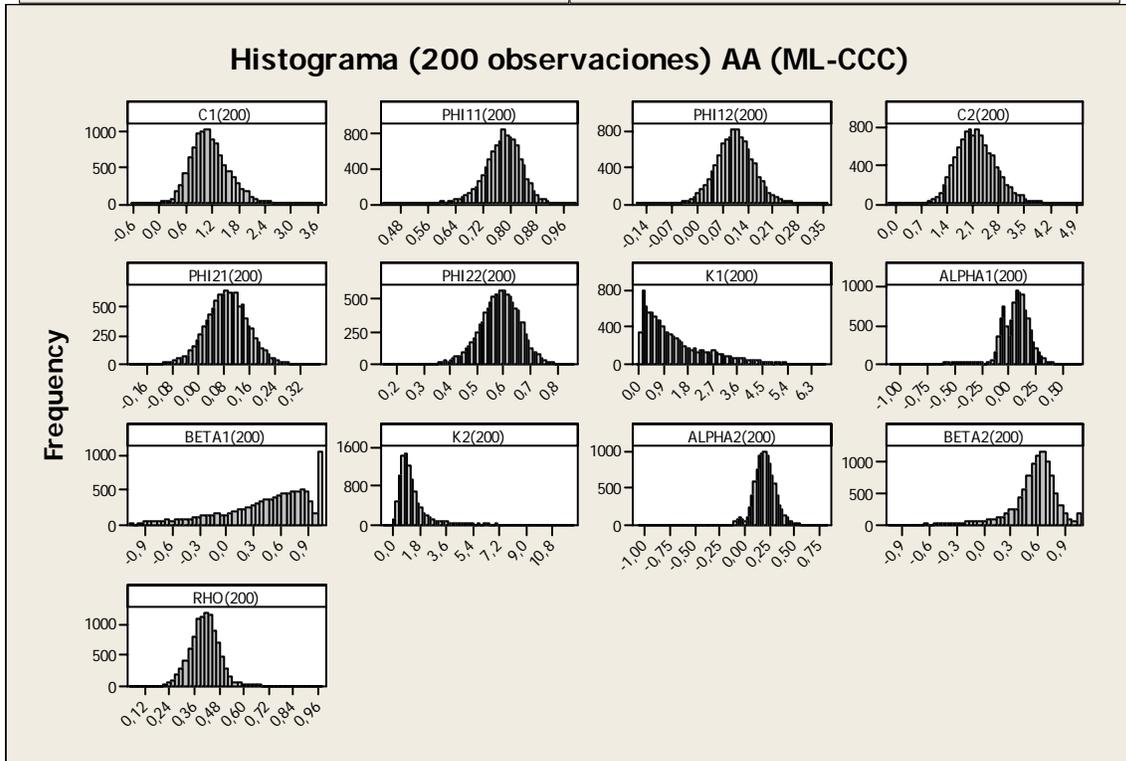
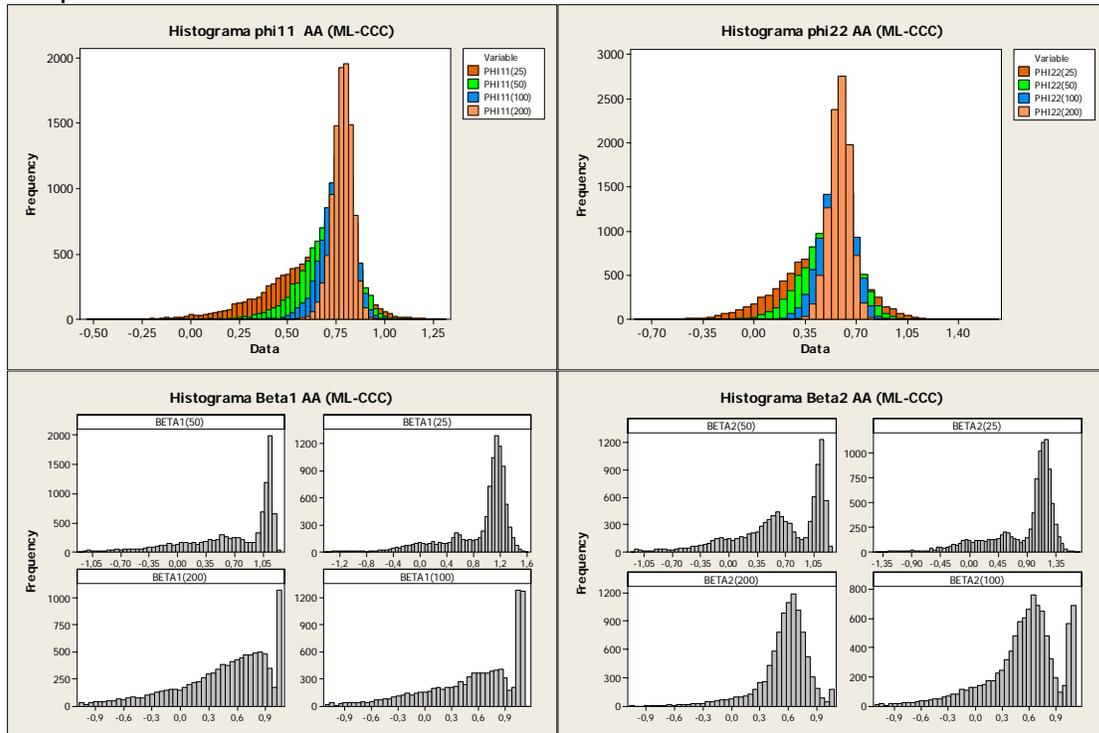
Especificación BB DVECH	Sesgo (%)				Desviación estándar			
	Tamaño de muestra				Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200	25	50	100	200
c_1 φ_{11} φ_{12}	24.9965 -40.3021 -9.0248	11.3656 -19.3520 -1.7787	5.5515 -9.2325 -0.7310	3.4368 -4.6035 0.1574	0.7468 0.3075 0.2754	0.4937 0.2114 0.1810	0.3374 0.1474 0.1222	0.2468 0.1067 0.0835
c_2 φ_{21} φ_{22}	18.5371 -22.4750 -35.4468	8.5709 -10.9401 -16.4249	3.9526 -5.5937 -7.2872	2.0563 -2.5811 -3.4596	0.8450 0.3746 0.3093	0.5795 0.2448 0.2104	0.3968 0.1649 0.1458	0.2829 0.1124 0.0990
k_1 α_1 β_1	68.1484 -48.2726 -57.8616	-51.4554 -26.3090 -33.5330	-29.9199 3.1352 -10.0777	-7.8350 28.5691 0.8431	0.4894 0.3056 0.6892	0.5618 0.3671 0.7345	0.6703 0.4593 0.7571	0.7062 0.4760 0.6469
k_2 α_2 β_2	-16.1528 14.4054 -41.1717	-82.6496 -56.9324 51.7951	-82.6496 -49.5487 -35.3387	-62.7289 -25.0932 -16.8743	0.2343 0.2342 0.2566	0.1933 0.1732 0.2386	0.1670 0.1298 0.1986	0.1470 0.0927 0.1463
k_3 α_3 β_3	311.9682 170.8807 169.3157	245.2429 121.4331 107.8910	171.0183 71.0719 55.0837	91.3214 24.9826 23.2755	0.3714 0.3448 0.3873	0.4194 0.3790 0.4243	0.4917 0.4451 0.4261	0.5178 0.4531 0.3435

Especificación BB DVECH	Error cuadrático medio			
	Tamaño de muestra			
Parámetro	25	50	100	200
c_1	0.6181	0.2565	0.1169	0.0621
φ_{11}	0.1096	0.0483	0.0225	0.0116
φ_{12}	0.0749	0.0331	0.0149	0.0070
c_2	0.8466	0.3642	0.1636	0.0820
φ_{21}	0.1409	0.0599	0.0272	0.0125
φ_{22}	0.1069	0.0470	0.0217	0.0098
k_1	0.7024	0.5757	0.5387	0.5047
α_1	0.1533	0.1501	0.2112	0.2459
β_1	0.8218	0.6446	0.5832	0.4135
k_2	0.0553	0.0438	0.0347	0.0258
α_2	0.0539	0.0333	0.0193	0.0092
β_2	0.0729	0.0666	0.0444	0.0225
k_3	0.5293	0.4160	0.3588	0.3025
α_3	0.3798	0.2758	0.2435	0.2098
β_3	0.4090	0.2837	0.2089	0.1220

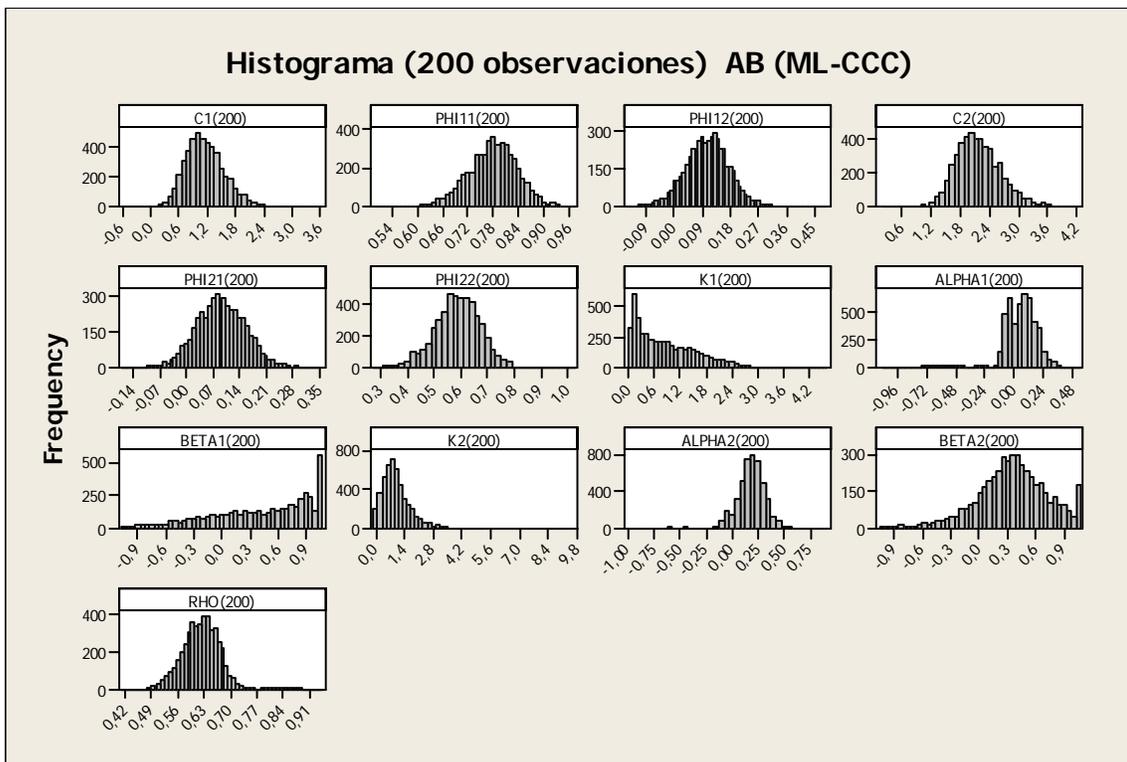
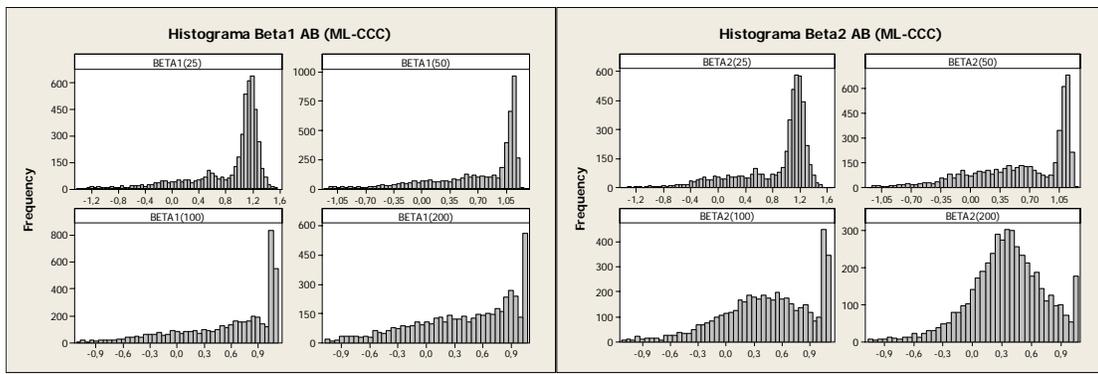
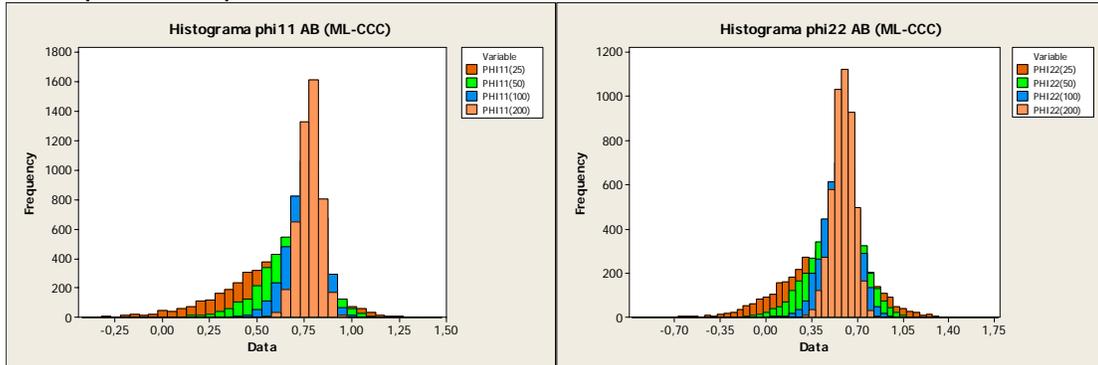
Ahora se presentan los histogramas de los estimadores de mínimos cuadrados (OLS).



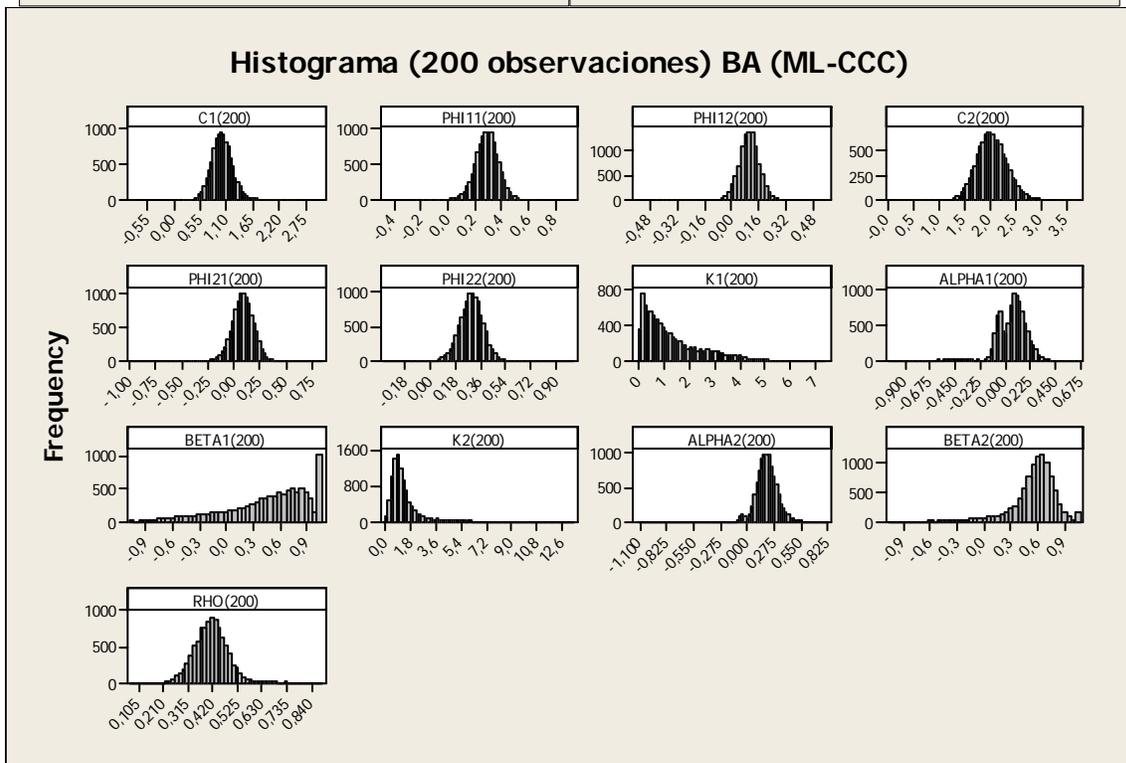
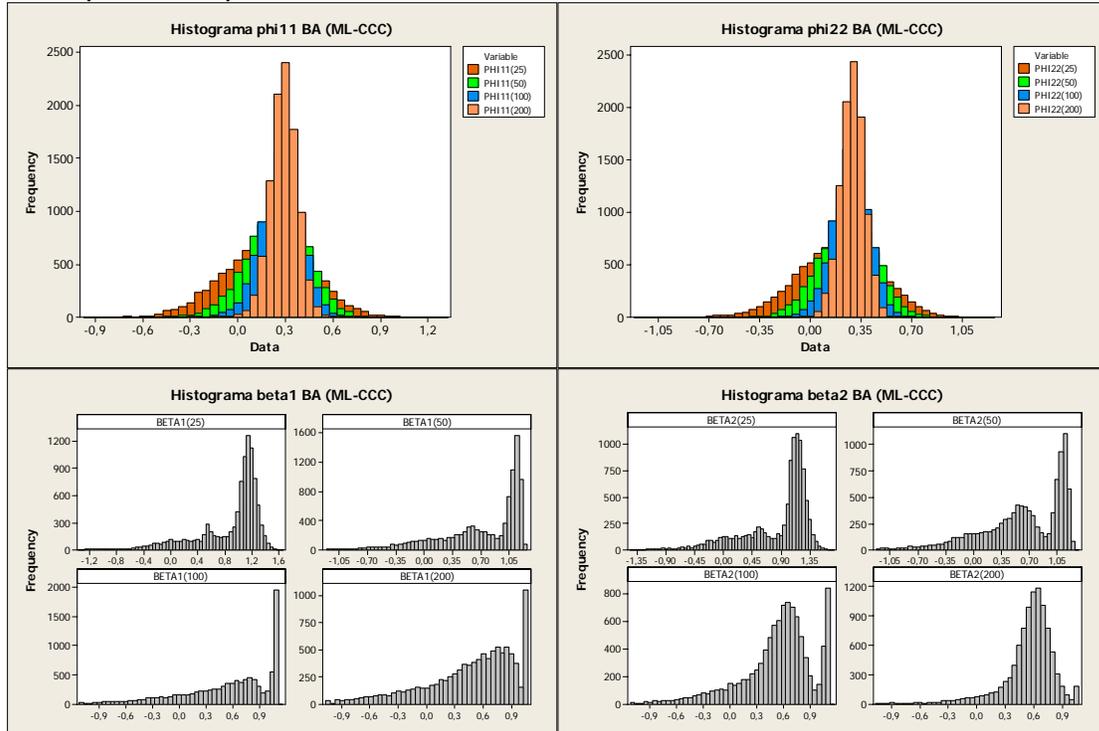
Ahora los estimadores de máxima verosimilitud del modelo CCC. Primero para la especificación AA.



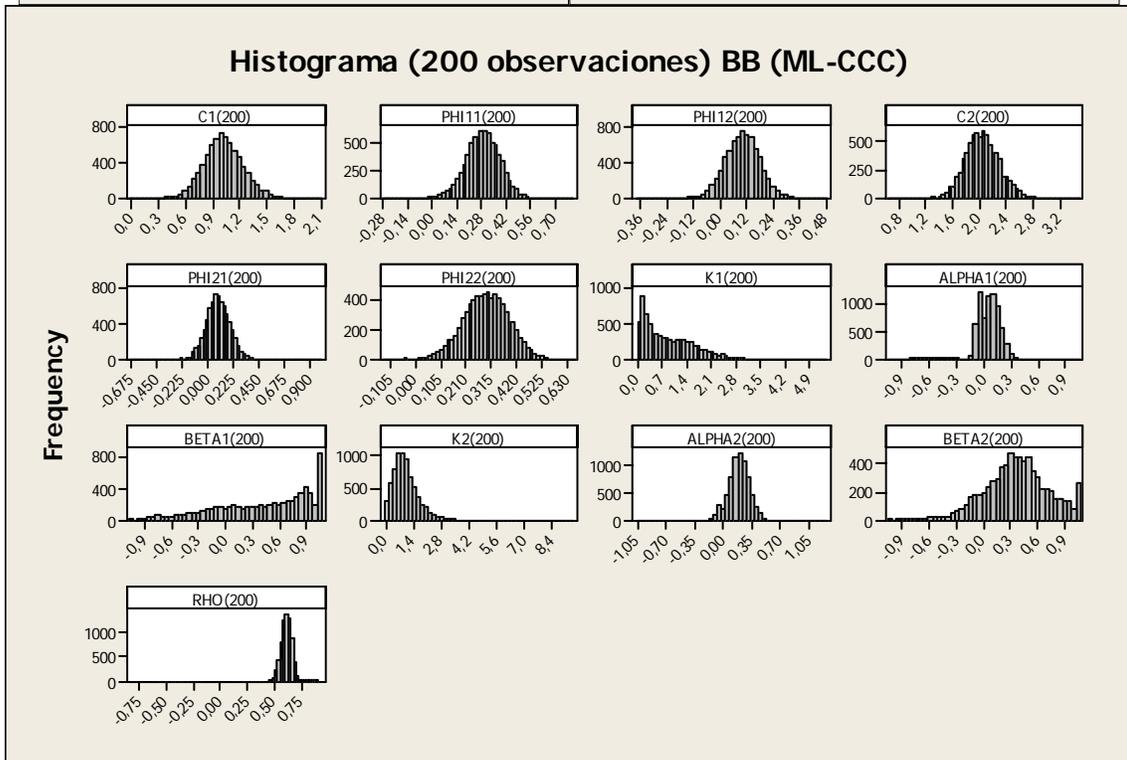
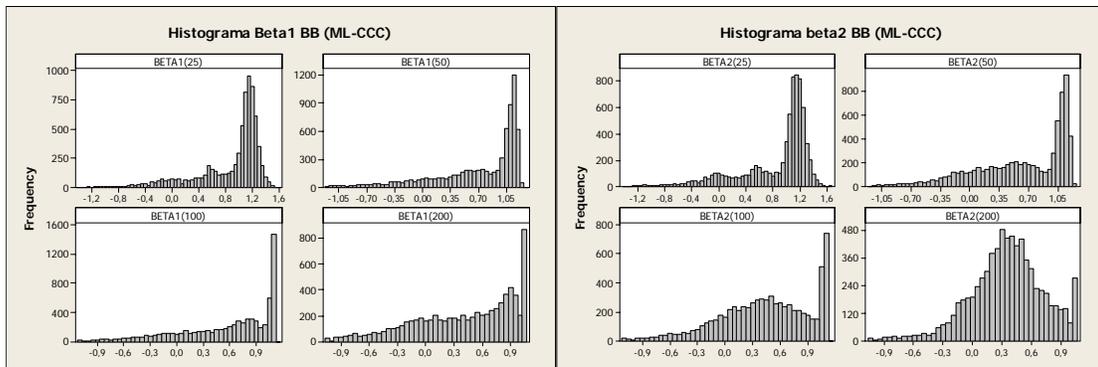
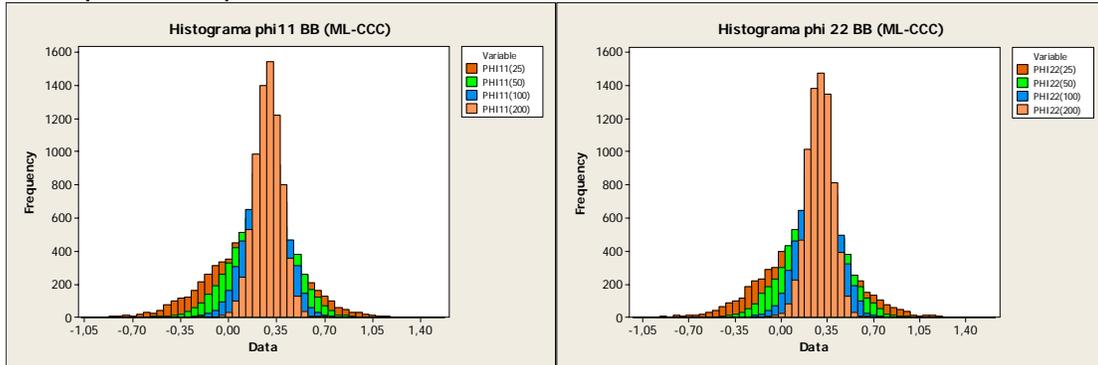
Ahora para la especificación AB.



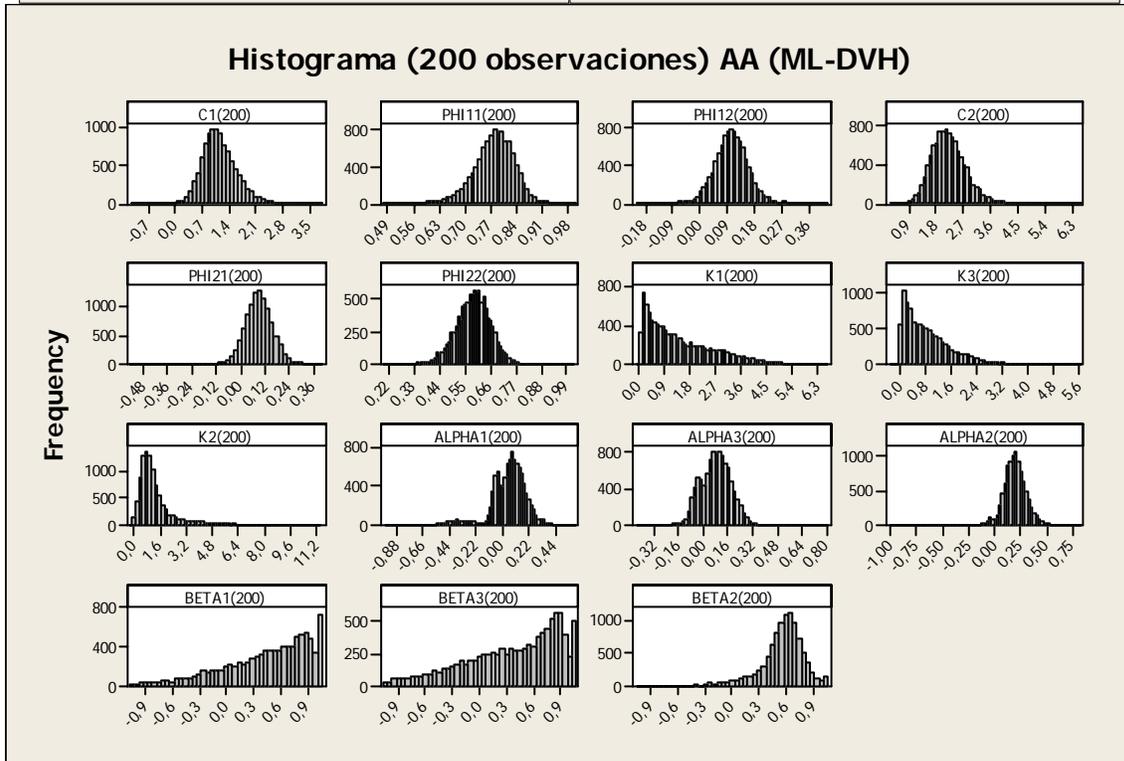
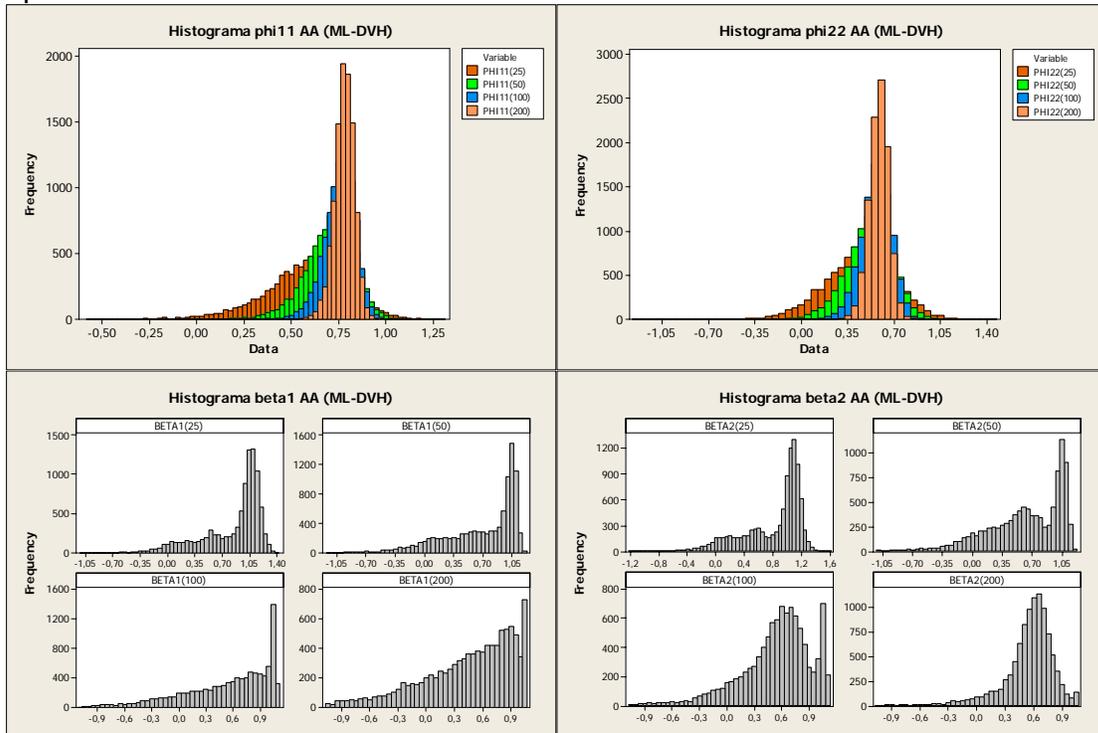
Ahora para la especificación BA.



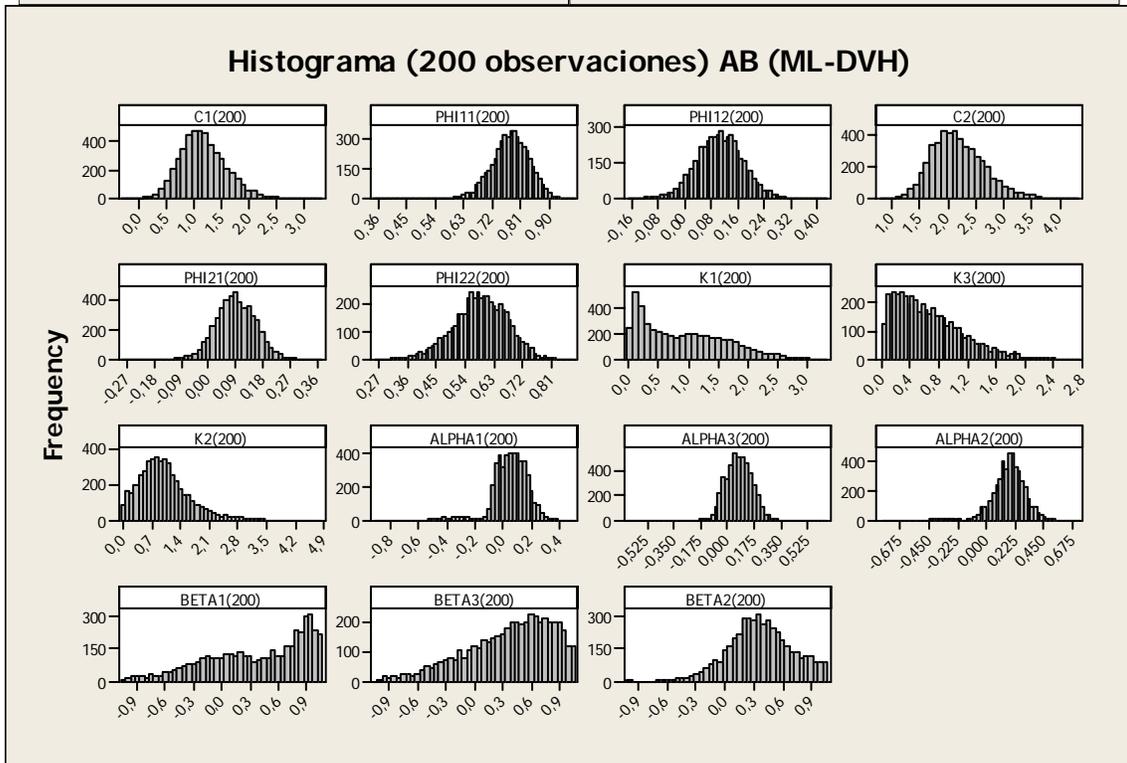
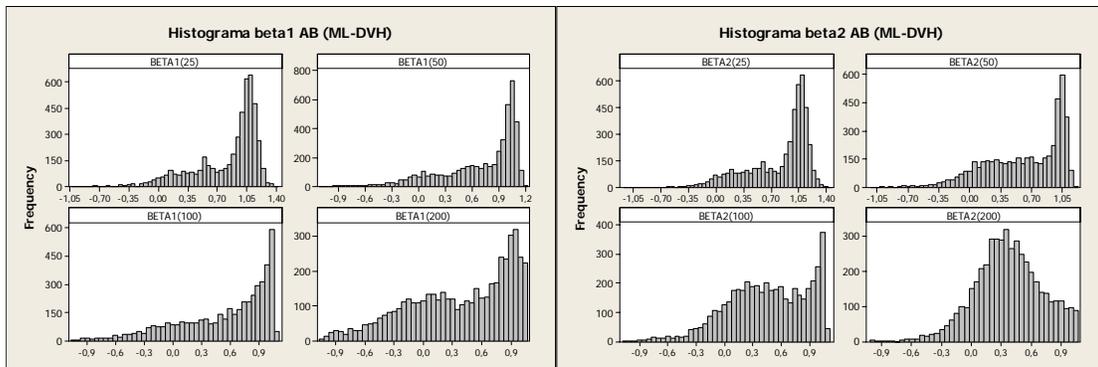
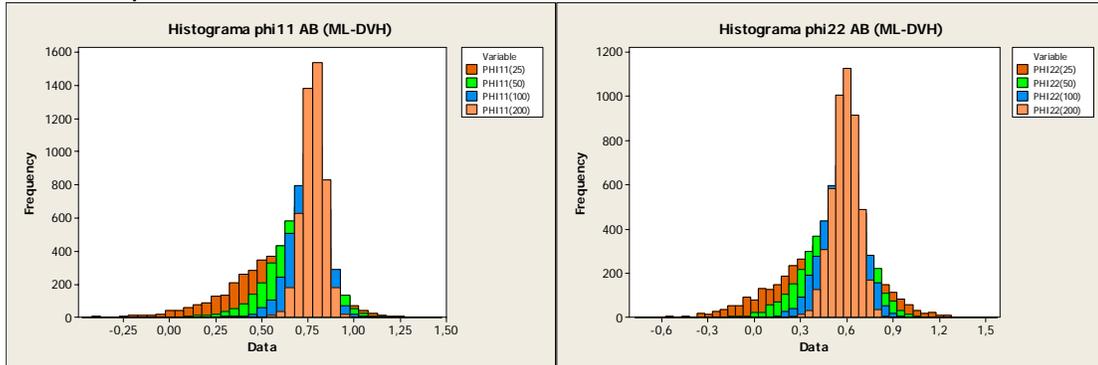
Ahora para la especificación BB.



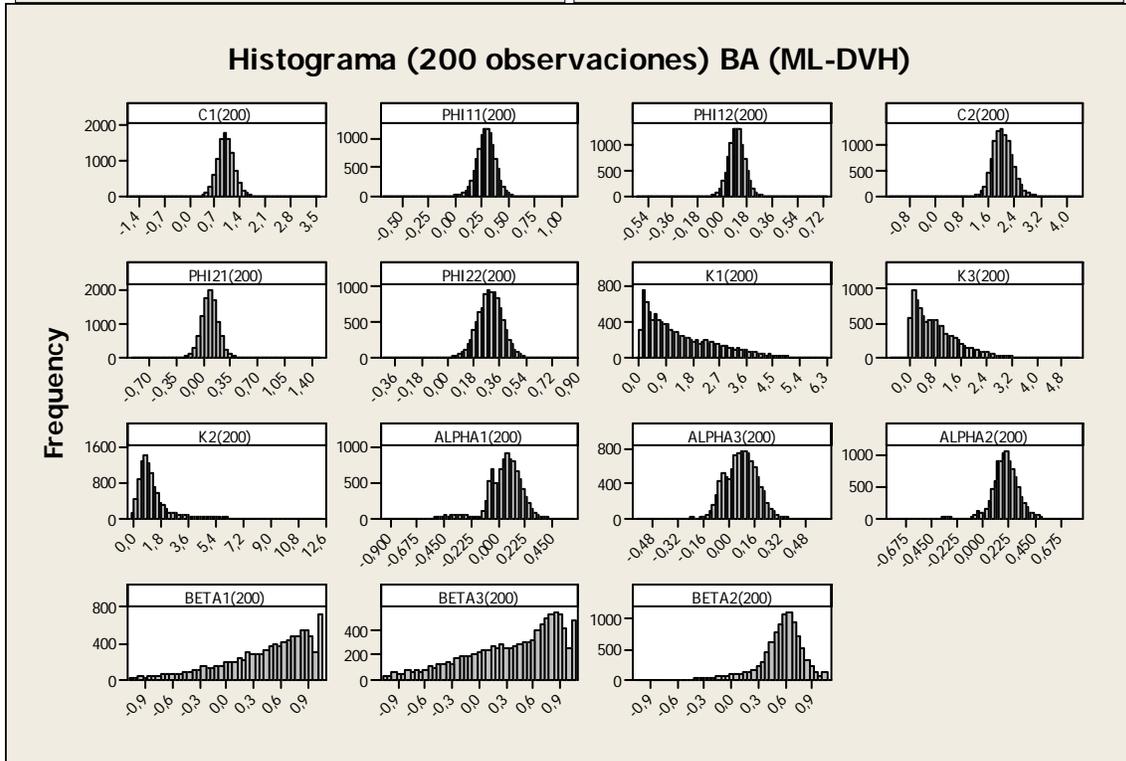
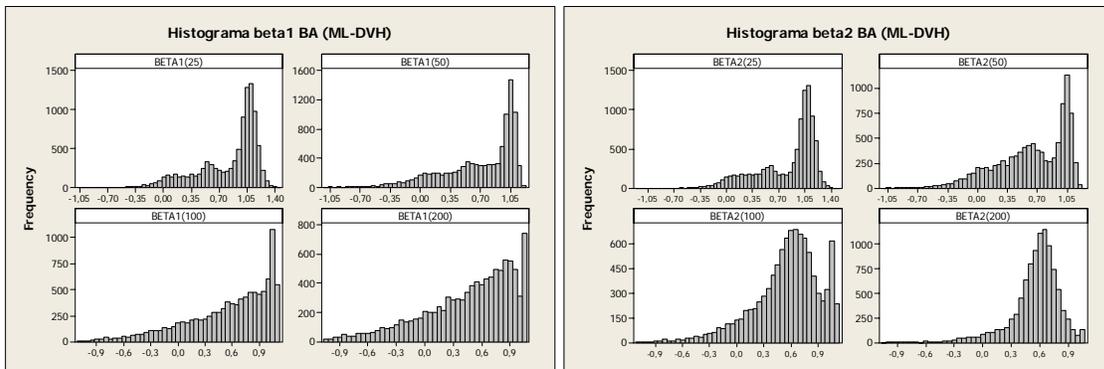
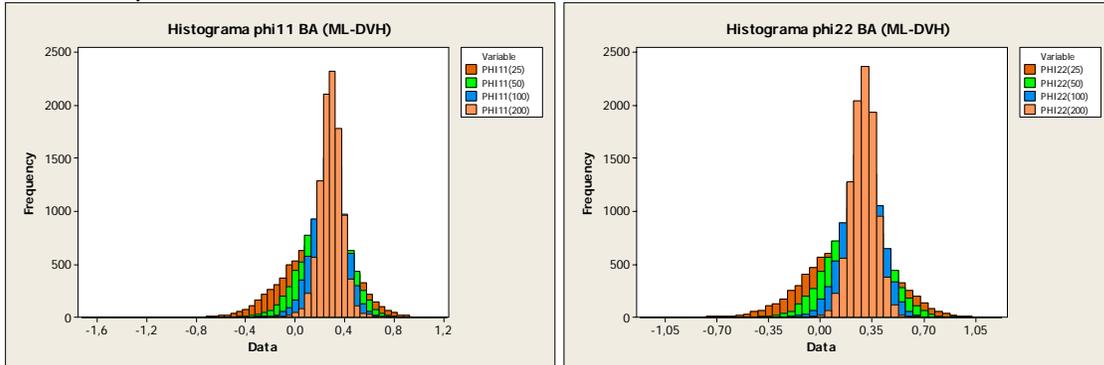
Ahora se colocan los histogramas del modelo DVECH. Primero para la especificación AA.



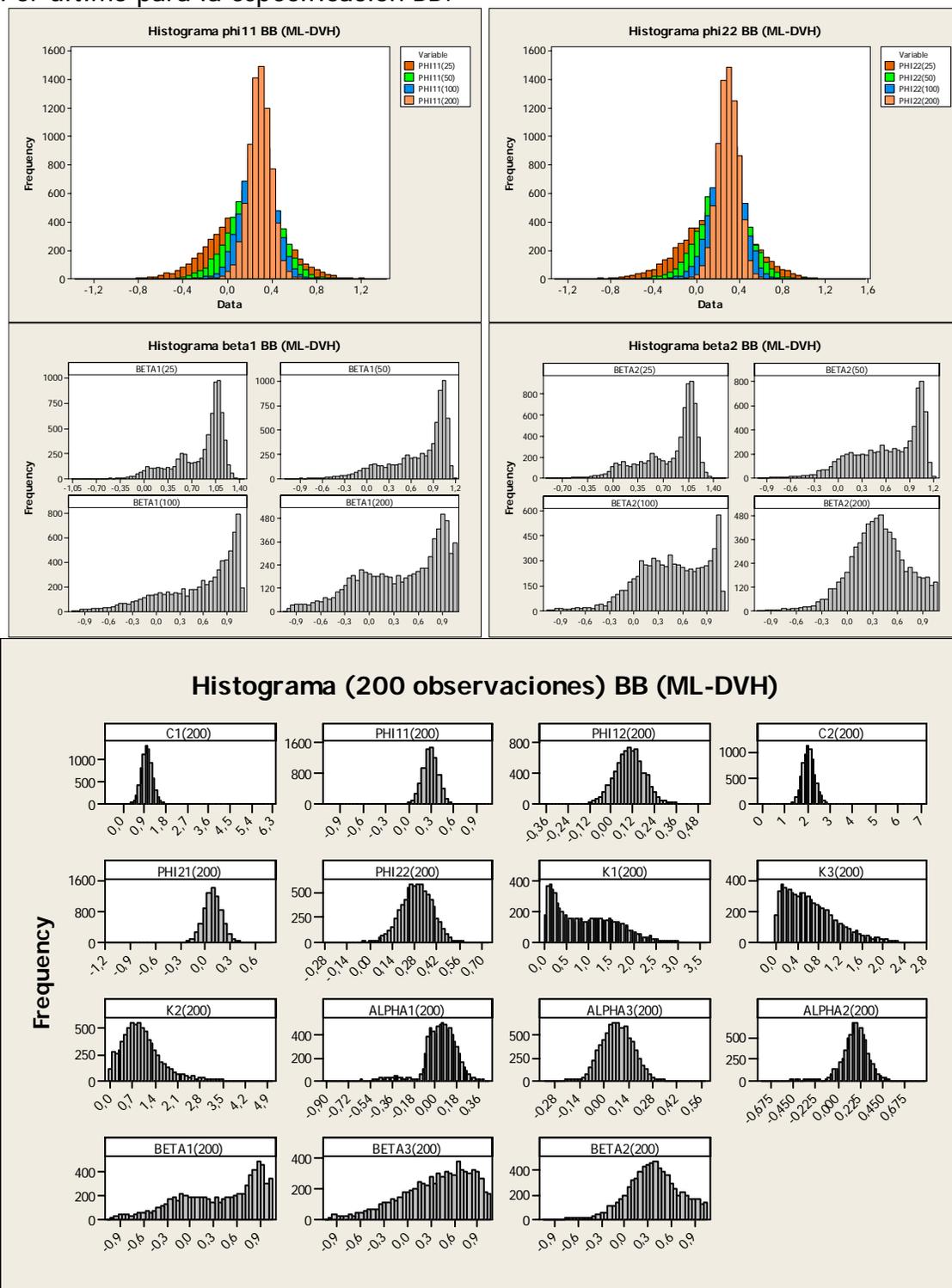
Para la especificación AB.



Para la especificación BA.



Por último para la especificación BB.



Bibliografía

- Alexander, C. & Chibumba, A. 1997. "Multivariate Orthogonal Factor GARCH", University of Sussex.
- Bauwens, L., Laurent, S. & Rombouts, J.V.K. 2003. "Multivariate GARCH Models: A Survey", Core Discussion Paper.
- Bollerslev, T. 1986. "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, vol. 31, 307-327.
- Bollerslev, T. 1990. "Modelling the Coherence in Short-run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model", *The Review of Economics and Statistics*, vol. 72, 498-505.
- Bollerslev, T., Chou, R.Y. & Kroner, K.F. 1992. "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence", *Journal of Econometrics*, vol. 52, 5-59.
- Bollerslev, T., Engle, R. F. & J. Wooldridge. 1988. "A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances", *Journal of Political Economy*, vol.96, 116-131.
- Cermeño, R. and Grier, K. "Modeling GARCH Processes in Panel Data: Monte Carlo Simulations and Applications", CIDE. Documento de trabajo 195.
- Cermeño R. and Grier K. "Conditional Heteroskedasticity and Cross-sectional Dependence in Panel Data: Theory, Simulations and Examples", CIDE. Documento de trabajo 240.
- Enders, W. 1995. "Applied Econometric Time Series", John Wiley & Sons, Inc.
- Engle, R.F. 1982. "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation", *Econometrica*, vol. 50, 987-1008.
- _____. 2002a. "Dynamic Conditional Correlation: A simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 20, 339-350.
- _____. 2002b. "New Frontiers for Arch Models", *Journal of Applied Econometrics*, vol.17, 425-446.
- _____. 2003. "Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice", Nobel lecture.
- Engle, R. F. and T. Bollerslev. 1986. "Modelling the Persistence of Conditional Variances", *Econometric Reviews*, vol.50, 81-87.
- Engle, R.F., Hendry, D. F. & Trumble, D. 1985. "Small-Sample Properties of ARCH Estimators and Tests", *The Canadian Journal of Economics*, vol.18, 66-93.
- Engle, R.F., Lilien M. D., Robins, R. 1987. "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M model", *Econometrica*, vol. 55, 391-407.
- Engle, R.F & Kroner, F. 1995. "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH", *Econometric Theory*, vol. 11, 122-150.
- Friedman, M. 1977. "Nobel Lecture: Inflation and Unemployment", *Journal of Political Economy*, vol. 85, 451-472.
- Grier, K., Perry, M. 2000. "The Effect on Real and Nominal Uncertainty on Inflation and Output Growth: Some GARCH Evidence", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 15, 45-58.

- Kariya, T. 1988. "MTV Model and its Application to the Prediction of Stock Prices", in Proceeding of the Second International Tampere Conference in Statistics, Finland, University of Tampere, 161-176.
- Ledoit, O., Santa-Clara, P. & Wolf, M. 2003. "Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International Stock Markets," *The Review of Economics and Statistics*, vol. 85, 735-747.
- Lee, S. W. & Hansen, B.E. 1994. "Asymptotic Theory for the GARCH (1,1) Quasi-maximum Likelihood Estimator", *Econometric Theory*, vol. 10, 29-52.
- Lumsdaine, R. L. 1995. "Finite Sample Properties of the Maximum Likelihood Estimator in GARCH(1,1) and IGARCH(1,1) Models: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 13, 1-10.
- Nelson, D. B. 1990. "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach", *Econometrica*, vol. 59, 347-370.
- Rossi, E. & Spazzini, F. 2008. "Model and Distribution Uncertainty in Multivariate GARCH Estimation: a Monte Carlo Analysis", Università degli studi di Pavia, Università degli studi di Milano, MPRA Paper No. 12260, Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/12260/>
- Shields, Kalvinde, Grier, Henry & Olekalns. 2003. "The Asymmetric Effects of Uncertainty on Inflation and Output Growth," *Journal of Applied Econometrics*, vol. 19, 551-565.

Novedades

DIVISIÓN DE ADMINISTRACIÓN PÚBLICA

- Laura Sour, *Correspondencia entre las políticas públicas del PND y el gasto ejercido de la CHPF en México*, DTAP-213
- José Ramón Gil, Judith Mariscal y Fernando Ramírez, *Gobierno electrónico en México*, DTAP-214
- Judith Mariscal, José Ramón Gil y Armando Aldama, *Políticas de acceso a tecnologías de la información: El caso de e-México*, DTAP-215
- Laura Sour y Miguel Ángel Gutiérrez, *Extrinsic Incentives and Tax Compliance*, DTAP-216
- Laura Sour y Fredy Girón, *The Flypaper Effect in Mexican Local Governments, 1990-2006*, DTAP-217
- Judith Mariscal y Fernando Ramírez, *Retos para el desarrollo del sector de las telecomunicaciones en México*, DTAP-218
- Alejandra Ríos y Juan E. Pardinas, *Hacia la reforma constitucional: Las entidades de fiscalización superior en México*, DTAP-219
- Laura Sour, *Regional Differences in Infrastructure Investment at the State Level in Mexico, 1998-2005*, DTAP-220
- José Felipe Martínez *et al.*, *Exploring the Links between Immigration and Educational Quality and Opportunity in Mexico*, DTAP-221
- Judith Mariscal, *Oportunidades móviles: Pobreza y acceso telefónico en Latinoamérica y el Caribe. El caso de México*, DTAP-222

DIVISIÓN DE ECONOMÍA

- Rodolfo Cermeño y Huver Rivera, *La demanda por importaciones y exportaciones: evidencia de cointegración para México, 1991-2005*, DTE-449
- Juan Manuel Torres, Octavio S. Magaña y Francisco Moreno, *Determinantes del cambio de uso/cobertura arbolada en México*, DTE-450
- Juan M. Torres, David B. Bray y Octavio S. Magaña, *The Role of Scale in Mexican Community Forest Management*, DTE-451
- Richard H. Adams, Jr. and Alfredo Cuecuecha, *Remittances, Consumption and Investment in Ghana*, DTE-452
- Alejandro Villagómez y Juan Ignacio Hernández, *Impacto de la reforma al sistema de pensiones en México sobre el ahorro*, DTE-453
- Alejandro Villagómez y Juan Ignacio Hernández, *Monetary Policy Rules in a Small Open Economy: An Application to Mexico*, DTE-454
- Alfredo Cuecuecha, *The Effect of Remittances and Migration on Human Capital: Evidence from Mexico*, DTE-455
- Arturo Antón, *Efectos del ciclo económico en EE. UU. sobre la producción y el empleo en México*, DTE-456
- María José Roa *et al.*, *Preferencias sociales, cooperación y desarrollo financiero: un experimento de campo*, DTE-457
- María José Roa *et al.*, *Desarrollo financiero y capital social: un estudio empírico de la caja popular Mixtlán*, DTE-458

DIVISIÓN DE ESTUDIOS INTERNACIONALES

- Alejandro Anaya, *Free Trade, "Spillover" and Human Rights Foreign Policies in North America*, DTEI-176
- Alejandro Anaya, *Security and Human Rights in Mexico: Do Pressure from Above and Argumentation Have Anything to Do With It?*, DTEI-177
- Jorge Chabat, *The International Role of Latin America After September 11: Tying the Giant*, DTEI-178
- Jorge Chabat, *The Bush Revolution in Foreign Policy and Mexico: The Limits to Unilateralism*, DTEI-179
- Jorge Chabat, *Franchises for Crime: "Maras" and North American Security*, DTEI-180
- Jorge Schiavon, *Migración México-Estados Unidos: Intereses, simulaciones y realidades*, DTEI-181
- Ferrán Martínez y Robert Duval, *Hostility towards Immigration in Spain*, DTEI-182
- Guadalupe González et al., *Mexico, The Americas and the World 2008. Foreign Policy: Public and Leader Opinion*, DTEI-183
- Guadalupe González et al., *México, Las Américas y el Mundo 2008. Política exterior: opinión pública y líderes*, DTEI-184
- Guadalupe González et al., *Las Américas y el Mundo 2008. Política exterior y opinión pública en Colombia, Chile, México y Perú*, DTEI-185

DIVISIÓN DE ESTUDIOS JURÍDICOS

- Ana Laura Magaloni, *Arbitrariedad e ineficiencia de la procuración de justicia: dos caras de la misma moneda*, DTEJ-26
- Ana María Ibarra, *Los artificios de la Dogmática Jurídica*, DTEJ-27
- Ana Elena Fierro y Adriana García, *Responsabilidad patrimonial del Estado. Interpretación de la SCJN del artículo 113 constitucional*, DTEJ-28
- Adriana García y Dirk Zavala, *El análisis económico del derecho como herramienta para el diseño normativo...*, DTEJ-29
- Carlos Elizondo y Luis Manuel Pérez de Acha, *¿Un nuevo derecho o el debilitamiento del Estado? Garantía de audiencia previa en la expropiación*, DTEJ-30
- Ana Elena Fierro y Adriana García, *Guía de las decisiones del PJF en materia de competencia económica: Cómo generar una cultura de la competencia*, DTEJ-31
- Carlos Elizondo y Ana Laura Magaloni, *La depuración de las corporaciones policiacas y el juicio de amparo*, DTEJ-32
- Marcelo Bergman y Hernán Flom, *Policia y comunidad: una comparación...*, DTEJ-33
- Gustavo Fondevila, *"Madrinas": Informantes y parapolicías. La colaboración ilegal con el trabajo policial en México*, DTEJ-34
- Gustavo Fondevila, *Costumbres sociales y moral judicial*, DTEJ-35
- María Mercedes Albornoz, *Choice of Law in International Contracts in Latin American Legal Systems*, DTEJ-36

DIVISIÓN DE ESTUDIOS POLÍTICOS

- Julio Ríos Figueroa, *Judicial Institutions and Corruption Control*, DTEP-204
- Allyson Benton, *The Effect of Electoral Rules on Indigenous Voting Behavior in Mexico's State of Oaxaca*, DTEP-205
- Andreas Schedler y Cas Mudde, *The Quantitative Skeleton of Comparative Politics*, DTEP-206
- Joy Langston y Francisco Javier Aparicio, *The Past as Future: Prior Political Experience and Career Choices in Mexico, 1997-2006*, DTEP-207
- Francisco Javier Aparicio y Sandra Jessica Ley, *Electoral Institutions and Democratic Consolidation in the Mexican States, 1990-2004*, DTEP-208
- Joy Langston, *Las reformas electorales de 2007*, DTEP-209
- Carlos Elizondo, *La industria del amparo fiscal*, DTEP-210
- María de la Luz Inclán, *Threats and Partial Concessions in the Exhaustion of the Zapatista Wave of Protest, 1994-2003*, DTEP-211
- Andreas Schedler, *Inconsistencias contaminantes. Gobernación electoral y conflicto postelectoral en las elecciones presidenciales de 2006*, DTEP-212
- Andreas Schedler, *Academic Market Failure. Data Availability and Quality in Comparative Politics*, DTEP-213

DIVISIÓN DE HISTORIA

- Rafael Rojas, *José María Heredia y la tradición republicana*, DTH-48
- Rafael Rojas, *Traductores de la libertad: el americanismo de los primeros republicanos*, DTH-49
- Mónica Judith Sánchez, *History vs. the Eternal Present or Liberal Individualism and the Morality of Compassion and Trust*, DTH-50
- Luis Medina, *Salida: los años de Zedillo*, DTH-51
- Michael Sauter, *The Edict on Religion of 1788 and the Statistics of Public Discussion in Prussia*, DTH-52
- Michael Sauter, *Conscience and the Rhetoric of Freedom: Fichte's Reaction to the Edict on Religion*, DTH-53
- Jean Meyer, *El celibato sacerdotal en la Iglesia Católica*, DTH-54
- Jean Meyer, *El celibato sacerdotal católico en los siglos XIX y XX*, DTH-55
- Mauricio Tenorio, *Around 1919 and in Mexico City*, DTH-56
- Michael Sauter, *Between Outer Space and Human Space: Knowing Space as the Origin of Anthropology*, DTH-57

Ventas

El CIDE es una institución de educación superior especializada particularmente en las disciplinas de Economía, Administración Pública, Estudios Internacionales, Estudios Políticos, Historia y Estudios Jurídicos. El Centro publica, como producto del ejercicio intelectual de sus investigadores, libros, documentos de trabajo, y cuatro revistas especializadas: *Gestión y Política Pública*, *Política y Gobierno*, *Economía Mexicana Nueva Época* e *Istor*.

Para adquirir cualquiera de estas publicaciones, le ofrecemos las siguientes opciones:

VENTAS DIRECTAS:	VENTAS EN LÍNEA:
Tel. Directo: 5081-4003 Tel: 5727-9800 Ext. 6094 y 6091 Fax: 5727 9800 Ext. 6314 Av. Constituyentes 1046, 1er piso, Col. Lomas Altas, Del. Álvaro Obregón, 11950, México, D.F.	Librería virtual: www.e-cide.com Dudas y comentarios: publicaciones@cide.edu

¡¡Colecciones completas!!

Adquiere los CDs de las colecciones completas de los documentos de trabajo de todas las divisiones académicas del CIDE: Economía, Administración Pública, Estudios Internacionales, Estudios Políticos, Historia y Estudios Jurídicos.



¡Nuevo! ¡¡Arma tu CD!!



Visita nuestra Librería Virtual www.e-cide.com y selecciona entre 10 y 20 documentos de trabajo. A partir de tu lista te enviaremos un CD con los documentos que elegiste.